

Formulario

FÍSICA



Título de la Obra:

Formulario de Física

Edición 2018

Academia Preuniversitaria

Antonio Raimondi E.I.R.L.

Plaza San Francisco N° 138.

Telf.: (084)247458 y (084)224961

www.academiaramondi.pe

Prohibida la reproducción total o parcial
de esta obra sin permiso de los editores.

Introducción

La Física es una parte de las Ciencias Naturales que trata de relacionar los fenómenos naturales que ocurren en nuestro alrededor, es la ciencia que más ha contribuido al avance de la ciencia y la humanidad; desde Aristóteles en el 350 AC y hasta hace 500 años se creía que la Tierra era plana y que estaba en el centro del universo, hace 70 años no se conocía la televisión, los aviones jet ni la forma de prevenir las picaduras dentales, hace pocos años se descubrió la clonación de seres vivos, recientemente se descifró el código del genoma humano (dicen que Dios esta hecho un diablo por esto). La ciencia no es nueva, data de la prehistoria. El ser humano ha estado sobre la Tierra desde hace 100 mil años y desde entonces ha empezado el proceso irreversible de hacer ciencia.

La Corporación Educativa RAIMONDI de Cusco tiene el agrado de poner en consideración de todos los estudiantes del Cusco, el Perú y el Mundo, este Formulario de Física que describe, en general, los temas que constituyen un curso de Física de nivel pre-universitario. Supone el conocimiento, por parte del estudiante, de los principios básicos de Geometría Elemental, Álgebra y Aritmética.

Este libro responde a una necesidad que hemos sentido agudamente todos los que nos avocamos a la enseñanza de la Física en las aulas de la academia y colegio RAIMONDI de Cusco. La experiencia nos ha demostrado que el aprendizaje de la Física, requiere no solamente de conocimientos teóricos, sino fundamentalmente de la capacidad de resolver situaciones matemáticas, denominadas, ejercicios o problemas.

La práctica constante de resolver ejercicios y problemas es la única manera de profundizar y cimentar los conceptos teóricos bien aprendidos, es por ello que en el desarrollo de esta publicación, ustedes deberán tener en cuenta las sugerencias planteadas y analizarlas.

Tenga presente que el objetivo en el estudio de la Física no es mecanizarse, sino en saber aplicar correcta y lógicamente una determinada definición o propiedad a cada problema que se esté resolviendo. Solo así, el estudiante encontrará en las Física una recreación amena y ágil.

Víctor Paredes Aucasime
Promotor - Director

Índice de Contenidos

Pág 05

Pág 10

Pág 17

Pág 23

Pág 26

Pág 27

Pág 31

Pág 35

Pág 38

Pág 40

Pág 43

Pág 46

Pág 52

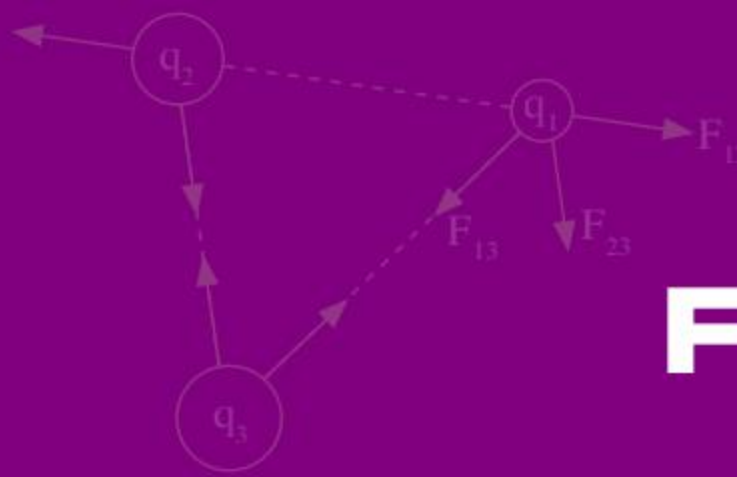
Pág 56

Pág 59

Pág 69

Pág 76

Pág 87



Física

Capítulo I:

La Física

Disciplina 100% Científica

Es la ciencia que estudia las propiedades de la materia y la energía, establece leyes para explicar los fenómenos naturales del universo, excluyendo los que modifican la estructura molecular de los cuerpos.

Partes de la Física

Se divide en Física Clásica y Física Moderna.

La **Física Clásica** estudia todos aquellos fenómenos en los cuales la velocidad es muy pequeña, comparada con la velocidad de la luz.

La **Física Moderna** se encarga de todos aquellos fenómenos producidos a la velocidad de la luz, o con valores cercanos a ella.

La física clásica se divide en cinco grandes campos:

La Mecánica: Es la rama de la física que estudia el movimiento de los cuerpos, su descripción, sus causas y su evolución. Se divide en Estática, Cinemática y Dinámica.

La Óptica: Es la rama de la física que se encarga del estudio de todos los fenómenos relacionados con la materia, la manera de producirla, de captarla y de analizarla, sus propiedades y su comportamiento en general.

La Acústica: Es la rama de la física que estudia el movimiento ondulatorio, como el

sonido y todos los fenómenos relacionados con este. El sonido es producido por un movimiento vibratorio.

La Termodinámica: Es la rama de la física que estudia los fenómenos relacionados con el calor y la temperatura.

El Electromagnetismo: Estudia los fenómenos que tienen un origen en las cargas eléctricas.

Importancia de la Física

La **Física** es una de las ciencias naturales que más ha contribuido al desarrollo y bienestar del hombre, porque gracias a su estudio e investigación ha sido posible encontrar en muchos casos, una explicación clara y útil a los fenómenos que se presentan en nuestra vida diaria.

La ciencia, en su historia es la disciplina que estudia el desarrollo temporal de los conocimientos científicos y tecnológicos de las sociedades humanas, por un lado, y el impacto que ambos han tenido sobre la humanidad.

Estructura de la materia

En Física, la 'materia' es aquello de lo que están hechos los objetos que constituyen el



Universo observable y el no observable, que ocupa un lugar en el espacio y que tiene masa. En el contexto de la física moderna se entiende por materia cualquier campo, entidad o discontinuidad que se propaga a través del espacio-tiempo a una velocidad inferior a la de la velocidad de la luz y a la que se pueda asociar energía. Así todas las formas de materia tienen asociadas una cierta energía pero sólo algunas formas de materia tienen masa.

La materia másica se organiza en varios niveles. El nivel más complejo es la agrupación en moléculas y éstas a su vez son agrupaciones de átomos. Los constituyentes de los átomos, que sería el siguiente nivel son:

Electrones: Partículas leptónicas con carga eléctrica negativa.

Protones: Partículas bariónicas con carga eléctrica positiva.

Neutrones: partículas bariónicas sin carga eléctrica (pero con momento magnético).

Partículas subatómicas

A partir de aquí hay todo un conjunto de partículas subatómicas que acaban finalmente en los constituyentes últimos de la materia. Así por ejemplo virtualmente los bariones del núcleo (protones y neutrones) se mantienen unidos gracias a un campo escalar formado por piones (bosones de espín cero). Igualmente los protones y neutrones, sabemos que no son partículas elementales, sino que tienen constituyentes de menor nivel que llamamos quarks (que a su vez se mantienen unidos mediante el intercambio de gluones virtuales).

Estados de la materia

La materia másica se presenta en las condiciones imperantes en el sistema solar, en uno de cuatro estados de agregación molecular: sólido, líquido, gaseoso y plasma.

De acuerdo con la teoría cinética molecular la materia se encuentra formada por moléculas y éstas se encuentran animadas de movimiento, el cual cambia constantemente de dirección y velocidad cuando chocan o bajo el influjo de otras interacciones físicas. Debido a este movimiento presentan energía cinética que tiende a separarlas, pero también tienen una energía potencial que tiende a juntarlas. Por lo tanto el estado físico de una sustancia puede ser:

Sólido: Si la energía cinética es menor que la potencial.

Líquido: Si la energía cinética y la potencial son aproximadamente iguales.

Gaseoso: Si la energía cinética es mayor que la potencial.

La manera más adecuada de definir materia es describiendo sus cualidades:

- Presenta dimensiones:** Es decir, ocupa un lugar en el espacio.
- Presenta inercia:** La inercia se define como la resistencia que opone la materia a modificar su estado de reposo o movimiento.
- La materia es la causa de la gravedad o gravitación:** Que consiste en la atracción que actúa siempre entre objetos materiales aunque estén separados por grandes distancias.

El Universo

El universo es la totalidad del espacio y del tiempo, de todas las formas de la materia, la energía y el impulso, y las leyes y constantes físicas que las gobiernan.

La ciencia modeliza el universo como un sistema cerrado que contiene energía y materia adscritas al espacio-tiempo y que se rige fundamentalmente por principios causales. Basándose en observaciones del universo observable, los físicos intentan describir el continuo espacio-tiempo en que nos encontramos, junto con toda la materia y energía existentes en él.



Imagen de las Galaxias Antennae obtenida por el Telescopio espacial Hubble.

Teorías sobre el origen y la formación del Universo

Teoría del Big Bang

El hecho de que el universo esté en expansión se deriva de las observaciones del corrimiento al rojo realizadas en la década de 1920 y que se cuantifican por la ley de

Hubble. Dichas observaciones son la predicción experimental del modelo de Friedmann-Robertson-Walker, que es una solución de las ecuaciones de campo de Einstein de la relatividad general, que predicen el inicio del universo mediante un big bang.

El "corrimiento al rojo" es un fenómeno observado por los astrónomos, que muestra una relación directa entre la distancia de un objeto remoto (como una galaxia) y la velocidad con la que este se aleja. Si esta expansión ha sido continua a lo largo de la vida del universo, entonces en el pasado estos objetos distantes que siguen alejándose tuvieron que estar una vez juntos. Esta idea da pie a la teoría del Big Bang; el modelo dominante en la cosmología actual.

Durante la era más temprana del Big Bang, se cree que el universo era un caliente y denso plasma. Según avanzó la expansión, la temperatura decreció hasta el punto en que se pudieron formar los átomos. En aquella época, la energía de fondo se desacopló de la materia y fue libre de viajar a través del espacio. La energía remanente continuó enfriándose al expandirse el universo y hoy forma el fondo cósmico de microondas. Esta radiación de fondo es remarcablemente uniforme en todas direcciones, circunstancia que los cosmólogos han intentado explicar como reflejo de un periodo temprano de inflación cósmica después del Big Bang.

El examen de las pequeñas variaciones en el fondo de radiación de microondas proporciona información sobre la naturaleza del universo, incluyendo la edad y composición. La edad del universo desde el Big Bang, de acuerdo a la información actual proporcionada por el WMAP de la NASA, se estima en unos 13.700 millones de

años, con un margen de error de un 1% (137 millones de años). Otros métodos de estimación ofrecen diferentes rangos de edad, desde 11000 millones a 20000 millones.

Sopa primigenia

Hasta hace poco, la primera centésima de segundo era más bien un misterio, impidiendo a los científicos describir exactamente cómo era el universo.

En estas energías, los quarks que componen los protones y los neutrones no estaban juntos, y una mezcla densa supercaliente de quarks y gluones, con algunos electrones, era todo lo que podía existir en los microsegundos anteriores a que se enfriaran lo suficiente para formar el tipo de partículas de materia que observamos hoy en día.

Composición de Universo

El universo observable actual parece tener un espacio-tiempo geoméricamente plano, conteniendo una densidad masa-energía equivalente a $9,9 \times 10^{-30}$ gramos por centímetro cúbico. Los constituyentes primarios parecen consistir en un 73% de energía oscura, 23% de materia oscura fría y un 4% de átomos. Así, la densidad de los átomos equivaldría a un núcleo de hidrógeno sencillo por cada cuatro metros cúbicos de volumen. La naturaleza exacta de la energía oscura y la materia oscura fría sigue siendo un misterio. Actualmente se especula con que el neutrino, (una partícula muy abundante en el universo), tenga, aunque mínima, una masa. De comprobarse este hecho, podría significar que la energía y la materia oscura no existen.



La gran Nebulosa del Águila

Antes de la formación de las primeras estrellas, la composición química del universo consistía primariamente en hidrógeno (75% de la masa total), con una suma menor de helio-4 (^4He) (24% de la masa total) y el resto de otros elementos. Una pequeña porción de estos elementos estaba en la forma del isótopo deuterio (^2H), helio-3 (^3He) y litio (^7Li). La materia interestelar de las galaxias ha sido enriquecida sin cesar por elementos más pesados, generados por procesos de fusión en las estrellas, y diseminados como resultado de las explosiones de supernovas, los vientos estelares y la expulsión de la cubierta exterior de estrellas maduras.

El Big Bang dejó detrás un flujo de fondo de fotones y neutrinos. La temperatura de la radiación de fondo ha decrecido sin cesar con la expansión del universo y ahora fundamentalmente consiste en la energía de microondas equivalente a una temperatura de 2725 K. La densidad del fondo de neutrinos actual es de 150 por centímetro cúbico.

Protogalaxias

Los rápidos avances acerca de lo que pasó después de la existencia de la materia aportan mucha información sobre la formación de las galaxias. Se cree que las primeras galaxias eran débiles "galaxias enanas" que emitían tanta radiación que separarían los átomos gaseosos de sus electrones. Este gas, a su vez, se estaba calentando y expandiendo, y tenía la posibilidad de obtener la masa necesaria para formar las grandes galaxias que conocemos hoy.

Big Crunch o la Gran Implosión

Si el universo es suficientemente denso, es posible que la fuerza gravitatoria de toda esa materia pueda finalmente detener la expansión inicial, de tal manera que el universo volvería a contraerse, las galaxias empezarían a retroceder, y con el tiempo colisionarían entre sí. La temperatura se elevaría, y el universo se precipitaría hacia un destino catastrófico en el que quedaría reducido nuevamente a un punto.

Se especula que después se formaría otro universo, en cuyo caso se repetiría el proceso. A esta teoría se la conoce como la teoría del universo oscilante.

Hoy en día esta hipótesis parece incorrecta, pues a la luz de los últimos datos experimentales, el Universo se está expandiendo cada vez más rápido.

Big Rip o Gran Desgarramiento

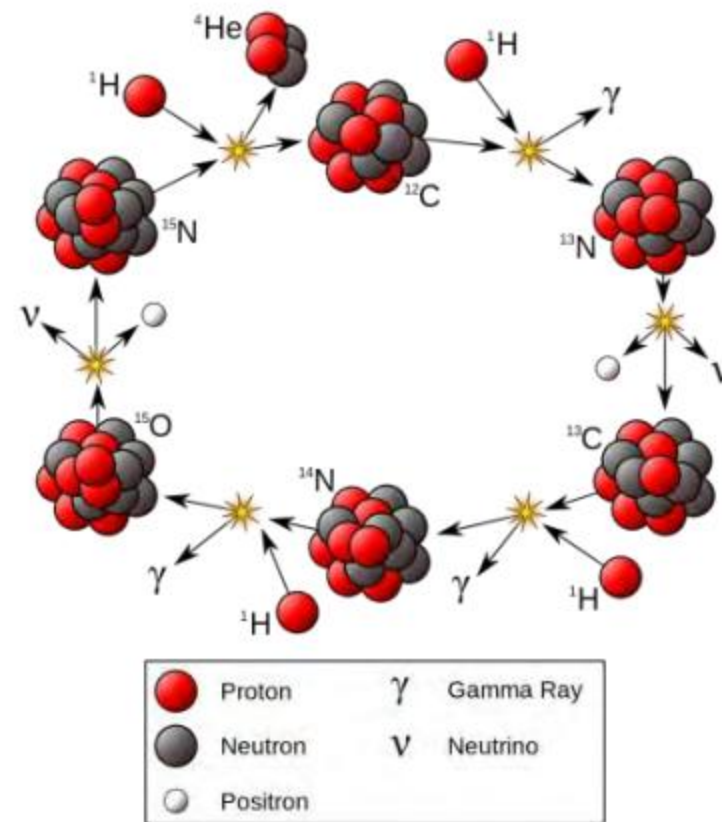
El Gran Desgarramiento o Teoría de la Eterna Expansión, llamado en inglés Big Rip, es una hipótesis cosmológica sobre el destino último del universo. Este posible destino final del universo depende de la

cantidad de energía oscura existente en el Universo. Si el universo contiene suficiente energía oscura, podría acabar en un desgarramiento de toda la materia.

Las galaxias se separarían entre sí, luego la gravedad sería demasiado débil para mantener integrada cada galaxia. Los sistemas planetarios perderían su cohesión gravitatoria. En los últimos minutos, se desbaratarán estrellas y planetas, y los átomos serán destruidos.

Los autores de esta hipótesis calculan que el fin del tiempo ocurriría aproximadamente $3,5 \times 10^{10}$ años después del Big Bang, es decir, dentro de $2,0 \times 10^{10}$ años.

Interacciones entre partículas subatómicas



El Universo según la Mecánica Cuántica

Según la física moderna, el Universo es un sistema cuántico aislado, un campo unificado de ondas que entra en decoherencia al tutor de la observación o medición. En tal virtud, en última instancia, el entorno del Universo sería no local y no determinista.



Capítulo II:

Magnitudes Físicas

1. Magnitud

Es todo aquello que existe en la naturaleza y es susceptible a ser medido.

Clasificación de las Magnitudes

a) Por su origen:

Magnitudes Fundamentales
Magnitudes Derivadas

Magnitudes Fundamentales

Son aquellas elegidas como base de un sistema de unidades en función de las cuales se expresan las demás

Magnitudes Derivadas

Son aquellas que se expresan en función de las fundamentales

b) Por su naturaleza

Magnitudes Escalares
Magnitudes Vectoriales

Magnitudes Escalares

Son aquellas que quedan perfectamente definidas por un módulo y su unidad.

Magnitudes vectoriales

Son aquellas que además del número y la unidad, requieren de dirección y sentido para quedar perfectamente definidas.

2. Cantidad

Es la asignación, usualmente numérica, de una magnitud matemática a una propiedad medible que admite grados de compara-

ción y representa o bien un conteo del número de elementos de un conjunto, o bien el resultado de una medición física de una magnitud.

Escalares y vectores

Una cantidad escalar es el valor numérico que resulta de una medición (de una magnitud) que se expresa con números acompañado por unidades, de la forma siguiente:

$$\text{Cantidad} = \text{Magnitud} \times \text{Unidades}$$

Por ejemplo: 20 kg, 1 m, 60 s, son resultado de medir las magnitudes masa, longitud y tiempo. Igualmente ciertas magnitudes físicas como la cantidad de movimiento, o la velocidad requieren ser representadas por objetos matemáticos como vectores que no son simplemente valores numéricos.

3. Medición

Es comparar una magnitud con otra de su misma especie (unidad).

4. Sistema de Unidades

Es el conjunto de unidades concordantes entre sí, que resultan de fijar las magnitudes fundamentales como las derivadas y se determinan de acuerdo a Ecuaciones Dimensionales.

Sistema Absoluto

Es aquel sistema que considera como magnitudes fundamentales a la longitud, masa y tiempo.



Tiene tres subsistemas:

| Subsistema | L | M | T |
|------------|-----|----|---|
| CGS | cm | g | s |
| MKS | m | kg | s |
| FPS | pie | lb | s |

Sistema Gravitatorio o Técnico

Conocido por algunos autores modernos como "Sistema Relativo" considera como magnitudes fundamentales a la longitud, la fuerza y el tiempo.

Al igual que el sistema absoluto tiene tres subsistemas:

| Subsistema | L | F | T |
|------------|----|------------|---|
| CGS | cm | \bar{g} | s |
| MKS | m | \bar{kg} | s |
| FPS | cm | \bar{lb} | s |

La abreviatura FPS corresponde a:

| | | |
|----------|------------------|---|
| Longitud | pie (foot) | F |
| Masa | libra (pound) | P |
| Tiempo | segundo (second) | S |

5. El Sistema Internacional de Unidades (S.I.)

El SI es la evolución máxima a que llegó el Sistema Métrico Decimal. Está formado por unidades de base y unidades derivadas. Además, se puede formar múltiplos y submúltiplos decimales de cada unidad, mediante el uso de prefijos.

El SI es la base de nuestro **Sistema Legal de Unidades de Medida del Perú (SLUMP)**, su conocimiento es necesario para aplicación correcta en todas las actividades donde la medición de magnitudes físicas así lo requieran.

Unidades de Base.- Son unidades definidas en base de fenómenos físicos naturales e invariable y, por conveniencia son consideradas como mutuamente independientes.

Unidades de Base SI

| ITEM | MAGNITUDES FÍSICAS | NOMBRE | SIMBOLO |
|------|-----------------------------------|-----------|---------|
| 1 | longitud | Metro | m |
| 2 | masa | Kilogramo | kg |
| 3 | tiempo | Segundo | s |
| 4 | intensidad de corriente eléctrica | Ampere | A |
| 5 | temperatura termodinámica | Kelvin | K |
| 6 | intensidad luminosa | Candela | cd |
| 7 | cantidad de sustancia | Mol | mol |

Unidades Derivadas.- Son las que se forman al combinar algebraicamente las unidades de base y/o suplementarias mediante las ecuaciones físicas que definen a estas magnitudes. Algunas de estas unidades tienen nombre y símbolo propios y pueden ser utilizadas para expresar otras unidades derivadas.



Ejemplo:

La velocidad: Definida como el cociente de la longitud dividida por el tiempo. Por tanto la unidad de medida SI de la velocidad es m/s (m: unidad de longitud; s: unidad de tiempo).

La fuerza: Está definida como el producto de la masa multiplicada por la aceleración. Por consiguiente la unidad SI de la fuerza es kg.m/s². esta unidad toma el nombre de newton cuyo símbolo es N.

$$N = m.kg.s^{-2}$$

Números: La dimensión de un número es igual a la unidad. Los ángulos, razones trigonométricas, logaritmos, exponentes, en general cualquier número real es adimensional.

Unidades Angulares (SI)

| ITEM | MAGNITUDES FÍSICAS | NOMBRE DE UNIDADES | SIMBOLO |
|------|--------------------|--------------------|---------|
| 1 | ángulo plano | Radián | rad |
| 2 | ángulo sólido | estereorradián | sr |

Unidades Derivadas del SI

| MAGNITUD FÍSICA | NOMBRE | SIMBOLO |
|---------------------------------|--------------------------------|--------------------|
| Superficie (área) | metro cuadrado | m ² |
| Volumen | metro cúbico | m ³ |
| Densidad | kilogramo por metro cúbico | Kg/m ³ |
| Velocidad | metro por segundo | m/s |
| Velocidad angular | radián por segundo | rad/s |
| Aceleración | metro por segundo al cuadrado | m/s ² |
| Aceleración angular | radián por segundo al cuadrado | rad/s ² |
| Viscosidad cinemática | metro al cuadrado por segundo | m ² /s |
| Concentración molar | mol por metro cúbico | mol/m ³ |
| Densidad de corriente eléctrica | ampere por metro cuadrado | A/m ² |
| Momento de inercia | kilogramo metro cuadrado | kg.m ² |
| Momento de fuerza | newton metro | N.m |
| Viscosidad dinámica | pascal segundo | Pa.s |
| Intensidad de campo eléctrico | volt por metro | V/m |
| Densidad de flujo de energía | watt por metro cuadrado | W/m ² |
| Conductividad térmica | watt por metro Kelvin | W/(m.K) |
| Intensidad radiante | watt por estereorradián | W/sr |



Unidades Derivadas SI con Nombre y Símbolo Propios

| MAGNITUD FÍSICA | NOMBRE | SIMBOLO | EXPRESION |
|--|---------|----------|---|
| Frecuencia | Hertz | Hz | $1 \text{ Hz} = 1/\text{s} = 1 \text{ s}^{-1}$ |
| Fuerza | newton | N | $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2 = \text{m kg s}^{-2}$ |
| Presión | pascal | Pa | $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = \text{m}^{-1} \text{ kg s}^{-2}$ |
| Trabajo, energía, cantidad de calor. | Joule | J | $1 \text{ J} = 1 \text{ N m} = \text{m}^2 \text{ kg s}^{-2}$ |
| Potencia | Watt | W | $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s} = \text{m}^2 \text{ kg s}^{-3}$ |
| Cantidad de electricidad, carga eléctrica | coulomb | C | $1 \text{ C} = 1 \text{ s A}$ |
| Potencial eléctrico, diferencia de potencial eléctrico, tensión eléctrica, fuerza electromotriz. | Volt | V | $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C} = \text{m}^2 \text{ kg s}^{-3} \text{ A}^{-1}$ |
| Capacitancia eléctrica | Farad | F | $1 \text{ F} = 1 \text{ C/V} = \text{m}^{-2} \text{ kg}^{-1} \text{ s}^4 \text{ A}^2$ |
| Resistencia eléctrica | Ohm | Ω | $1 \Omega = 1 \text{ V/A} = \text{m}^2 \text{ kg s}^{-3} \text{ A}^{-2}$ |
| Conductancia eléctrica | siemens | S | $1 \text{ S} = 1/\Omega = \text{m}^{-2} \text{ kg}^{-1} \text{ s}^3 \text{ A}^2$ |
| Flujo de inducción magnética, flujo magnético. | weber | Wb | $1 \text{ Wb} = 1 \text{ Vs} = \text{m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ A}^{-1}$ |
| Inductancia | henry | H | $1 \text{ H} = 1 \text{ Wb/A} = \text{m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ A}^{-2}$ |
| Flujo luminoso | Lumen | lm | $1 \text{ lm} = 1 \text{ cd.sr}$ |
| Iluminación | Lux | lx | $1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2$ |

Múltiplos y Submúltiplos Decimales de las Unidades SI

El uso de unidades SI conduce frecuentemente a valores numéricos demasiado grandes o pequeños. Para salvar este problema se utilizan los prefijos SI, que por convención son de dos clases: preferidos SI y Otros Prefijos.

Prefijos preferidos SI

| | PREFIJO | SÍMB | FACTOR | CIFRAS | NOMBRE |
|---------------------------------|---------|------|-----------|---------------------------|--------------|
| Para formar múltiplos decimales | exa | E | 10^{18} | 1 000 000 000 000 000 000 | trillón |
| | peta | P | 10^{15} | 1 000 000 000 000 000 | mil billones |
| | tera | T | 10^{12} | 1 000 000 000 000 | billón |
| | giga | G | 10^9 | 1 000 000 000 | mil millones |
| | mega | M | 10^6 | 1 000 000 | millón |
| | kilo | K | 10^3 | 1 000 | mil |



| | | | | | |
|------------------------------------|-------|-------|------------|---------------------------|-----------------|
| Para formar submúltiplos decimales | mili | M | 10^{-3} | 0,001 | milésima |
| | micro | μ | 10^{-6} | 0,000 001 | millonésima |
| | nano | n | 10^{-9} | 0,000 000 001 | mil millonésima |
| | pico | p | 10^{-12} | 0,000 000 000 001 | billonésima |
| | femto | f | 10^{-15} | 0,000 000 000 000 001 | mil billonésima |
| | atto | a | 10^{-18} | 0,000 000 000 000 000 001 | trillonésima |

Otros prefijos SI

| | PREFIJO | SÍMBOLO | FACTOR | CIFRAS | NOMBRE |
|------------------------|---------|---------|-----------|--------|-----------|
| Múltiplos decimales | hecto | h | 10^2 | 100 | cien |
| | deca | da | 10^1 | 10 | diez |
| Submúltiplos decimales | deci | d | 10^{-1} | 0,1 | décima |
| | centi | c | 10^{-2} | 0,01 | centésima |

Unidades de otros Sistemas que pueden usarse con las unidades del SI

Hay algunas unidades que no forman parte del SI y que sin embargo, debido a consideración de uso muy arraigado en ciertas áreas de las actividades humanas, se permite usar la menos temporales.

Estas unidades no se pueden emplear en reemplazo de las unidades SI respectivas.

| MAGNITUD | UNIDAD | SÍMBOLO | DEFINICION |
|--------------|----------|--------------|-------------------------------------|
| tiempo | minuto | min | 1 min = 60 s |
| | hora | h | 1 h = 60 min |
| | día | d | 1 d = 24 h |
| ángulo plano | grado | $^{\circ}$ | $1^{\circ} = (\pi / 180)\text{rad}$ |
| | minuto | ' | $1' = (1/60)^{\circ}$ |
| | segundo | " | $1'' = (1/60)'$ |
| capacidad | litro | <i>l</i> o L | 1 <i>l</i> = 1 dm ³ |
| masa | tonelada | t | 1 t = 10 ³ kg |

Unidades fuera del SI reconocidas para uso en campos especializados

| MAGNITUD | UNIDAD | SÍMBOLO | CAMPO |
|------------------|------------------------|---------|------------------------------------|
| energía | electronvolt | eV | sólo en física nuclear |
| masa de un átomo | unidad de masa atómica | u | sólo en física atómica |
| longitud | unidad astronómica | UA * | sólo en astronomía |
| | pársec | pc | solo en astronomía |
| | año luz | ly | sólo en astronomía |
| | milla (náutica) | | sólo en navegación marítima y área |



| | | | |
|------------------------|--------------------------|----------------|--|
| velocidad | kilómetro por hora | km/h | solo en tráfico marítima y área |
| | nudo | kn | solo en navegación marítima y área |
| superficie | hectárea | ha | sólo en terrenos |
| temperatura | grado Celsius | °C | sólo cuando el kelvin no es imprescindible |
| presión de fluido | bar | bar | Presión de la atmosfera |
| frecuencia de rotación | revoluciones por segundo | s-1 R.P.S | Cinemática circunferencial |
| | revolución por minuto | R/min R.P.M | Cinemática circunferencial |
| ángulo plano | gon | ---g | geodesia |
| Energía | kwatt hora | kw.h | electrotecnia |
| potencia aparente | volt ampere | VA | electrotecnia |
| potencia reactiva | volt ampere reactivo | var | electrotecnia |
| densidad lineal | tex | tex | industria textil |
| masa | quilate | | comercio, piedras preciosas, perlas . |

* Esta unidad de medida no tiene símbolo internacional definido, se usa abreviatura como: UA en español y francés, AU en inglés, AE en alemán, etc.

Definiciones Adicionales

El metro

Se define como la distancia que viaja la luz en el vacío en 1/299 792 458 segundos. Esta norma fue adoptada en 1983 cuando la velocidad de la luz en el vacío fue definida exactamente como 299 792 458 m/s.

El kilogramo

Es la masa del prototipo internacional de platino iridiado que fue aprobado por la Conferencia de pesas y medidas celebrada en París en 1889 y que está depositado en el pabellón Bretevil Sevres.

También es la masa de 1 dm³ de agua pura a la temperatura de 4 °C.

El segundo

Es la duración de 9 192 631 770 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de Cesio 133. (Isótopo de Cesio con número másico 133).

Kelvin

Unidad de temperatura termodinámica igual a la fracción 1/273,16 de la temperatura termodinámica del punto triple del agua (punto donde el agua coexiste bajo la forma de hielo, líquido y vapor a la presión de 4,6 mm de Hg).

Amperio

Es la intensidad de una corriente eléctrica constante que al circular por dos conductores de longitud infinita, rectos y paralelos,



de sección circular despreciable y colocados en el vacío a una distancia de 1 m, uno del otro, produce entre los mismos, por cada metro de longitud, una fuerza de 2×10^{-7} Newtons.

Candela

Es la intensidad luminosa en la dirección perpendicular a una superficie de $1/600\,000 \text{ m}^2$ de un cuerpo negro a la temperatura de congelación del platino bajo la presión de $101\,325 \text{ N/m}^2$.

Mol

Cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantas entidades elementales como átomos hay en $0,012 \text{ kg}$ de carbono 12.

6. Análisis Dimensional

Son expresiones algebraicas que tienen como variables a las unidades fundamentales y se usan para probar fórmulas, equivalencias o para dar unidades a una respuesta.

Principio de Homogeneidad Dimensional

Si: $A = B = D = E$, es una ecuación dimensionalmente correcta, entonces se verifica:

$$[A] = [B] = [D] = [E]$$

7. Fórmulas Empíricas

Si la magnitud "n" depende de las magnitudes a, b y c, entonces se verifica:

$$n = k a^x b^y c^z$$

Si "k" es una constante numérica de proporcionalidad, x, y, z deberán satisfacer el principio de homogeneidad.

Ejemplos:

Determinar la ecuación dimensional de las principales magnitudes derivadas:

Superficie:

$$S = bh \Rightarrow [S] = L \times L = L^2$$

Volumen:

$$V = l \times a \times h \Rightarrow [S] = L \times L \times L = L^3$$

Densidad:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow [\rho] = ML^{-3}$$

Velocidad:

$$V = \frac{d}{t} \Rightarrow [V] = LT^{-1}$$

Aceleración:

$$a = \frac{d}{t^2} \Rightarrow [a] = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

Fuerza:

$$F = ma \Rightarrow [F] = MLT^{-2}$$

Presión:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow [P] = \frac{MLT^{-2}}{L^2}$$

$$[P] = ML^{-1}T^{-2}$$

Trabajo:

$$W = Fd \quad W = mad$$

$$[W] = ML^2T^{-2}$$

Energía Potencial:

$$E_p = mgh \Rightarrow [E_p] = ML^2T^{-2}$$

Energía Cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mV^2 \Rightarrow [E_p] = ML^2T^{-2}$$

Capítulo III:

Vectores

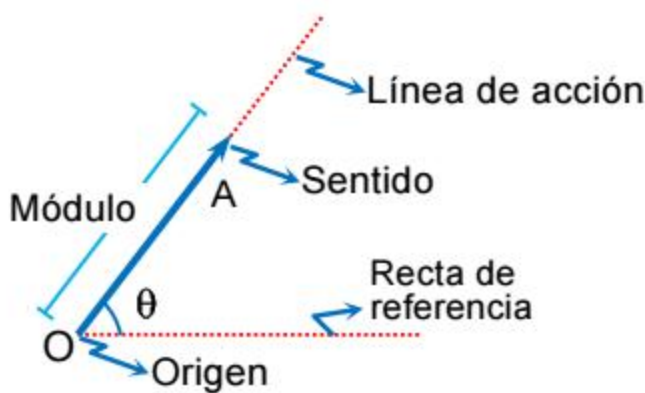
VECTORES EN EL PLANO

Entes matemáticos que sirven para representar a magnitudes vectoriales y por lo tanto poseen módulo y dirección.

\vec{A} se lee: vector A

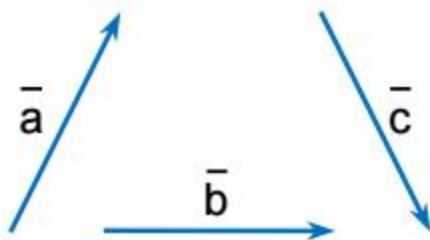
Módulo: $\|\vec{A}\|$ ó A

Dirección θ : Ángulo que hace el vector con una recta de referencia.

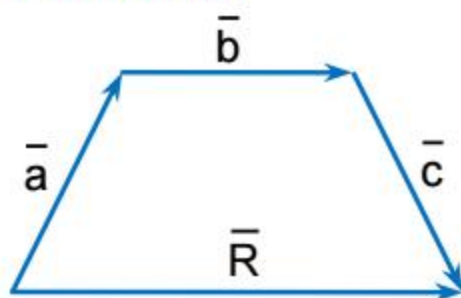


Suma de vectores

Es aquel vector que reemplaza a aquellos vectores que sumados nos dan el vector suma o resultante.

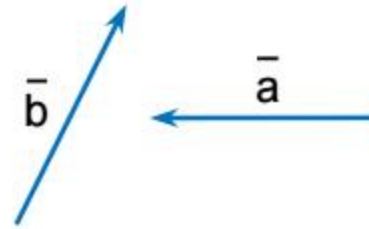


Polígono vectorial

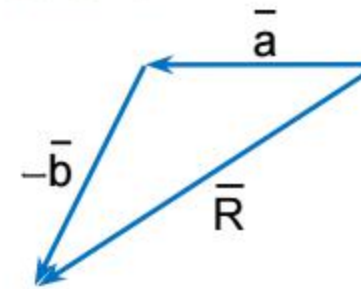


$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

Resta de vectores



Polígono vectorial:

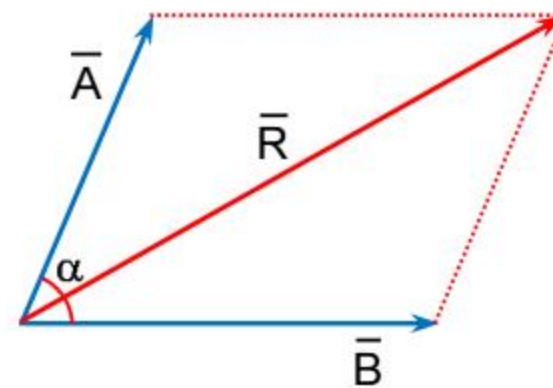
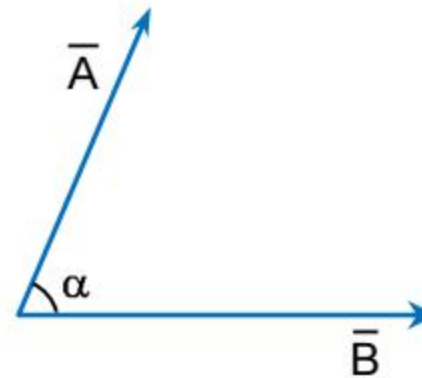


$\vec{R} = \vec{a} - \vec{b}$

Método del paralelogramo

Se utiliza para calcular la resultante de dos vectores, dados sus módulos y el ángulo que forman.

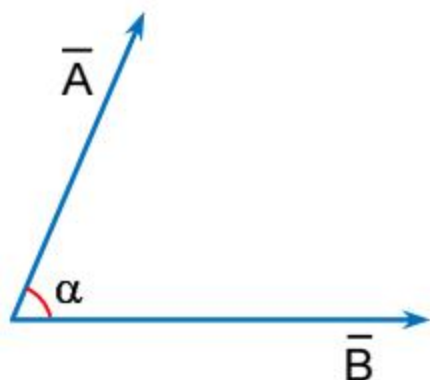
Suma:



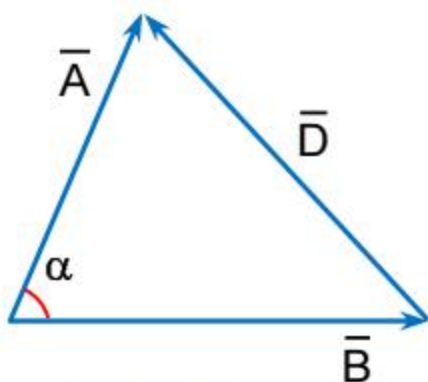
$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

Donde: $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos \alpha}$

Resta:



Polígono vectorial:

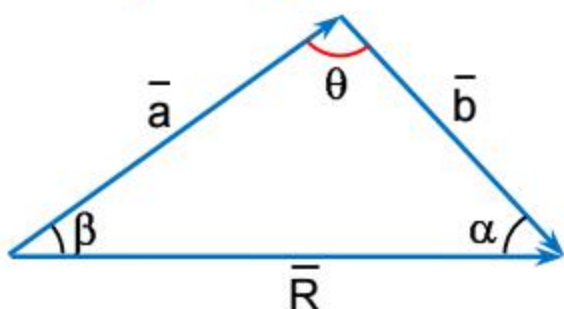


$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$

Donde:

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB \cos \alpha}$$

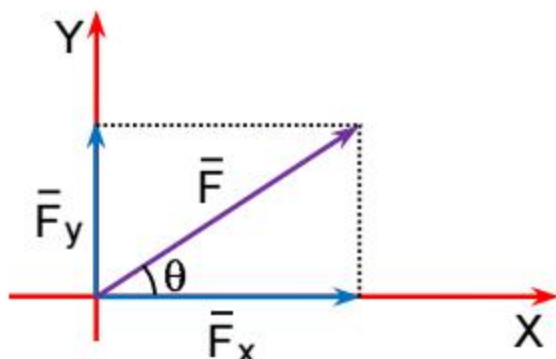
Resultante por Ley de Senos



$$\frac{R}{\text{sen} \theta} = \frac{a}{\text{sen} \alpha} = \frac{b}{\text{sen} \beta}$$

Componentes Rectangulares de un vector

Por el origen del vector se traza un eje de coordenadas.



$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y \Rightarrow \begin{cases} F_x = F \cos \theta \\ F_y = F \text{sen} \theta \end{cases}$$

Para hallar el módulo de la resultante:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

El ángulo de inclinación que forma la resultante con el eje X.

$$\tan \theta = \frac{F_y}{F_x}$$

Vectores Unitarios en el plano

Dado un vector cualquiera $\vec{A} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j}$, es posible escribirlo como combinación lineal de sus vectores unitarios canónicos \vec{i} y \vec{j} , los que están definidos de la siguiente forma:

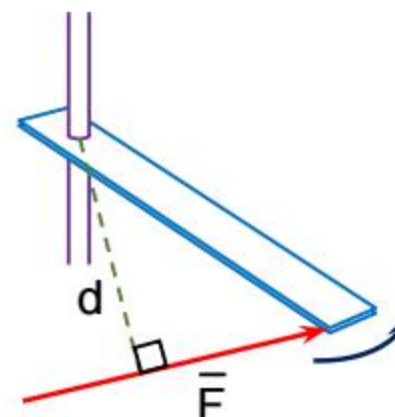
$$\vec{i} = 1, 0 ; \vec{j} = 0, 1$$

De tal manera que el vector \vec{A} se puede escribir así:

$$\vec{A} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j}$$

Momento de una fuerza M_0

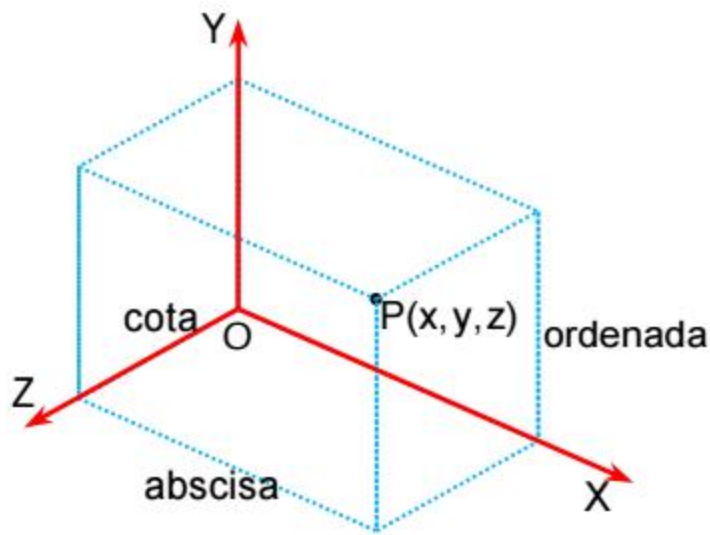
$$M_0 = Fd \quad d \perp F$$



F : Fuerza que provoca el giro.
d : valor de brazo de momento

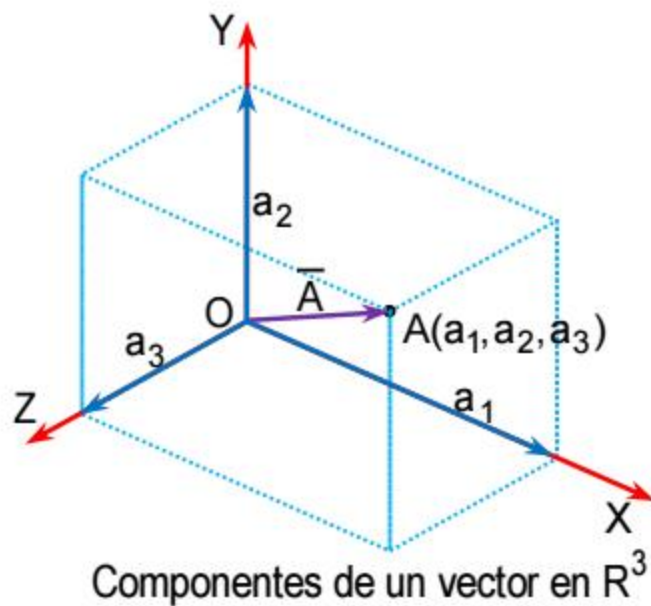
VECTORES EN EL ESPACIO

Análogamente a los puntos del plano cartesiano que están representados por un par ordenado, los puntos del espacio se representan mediante ternas de números o coordenadas espaciales.



Puntos en el espacio: (x, y, z)

X: eje de abscisas
Y: eje de ordenadas
Z: eje de cotas



Expresión vectorial de un vector en R³

Un vector $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$, se puede escribir como combinación lineal de sus vectores unitarios canónicos, así:

$$\vec{A} = a_1i + a_2j + a_3k$$

Dados dos puntos en el espacio, se puede hallar el vector que dichos puntos determinan, aplicando:

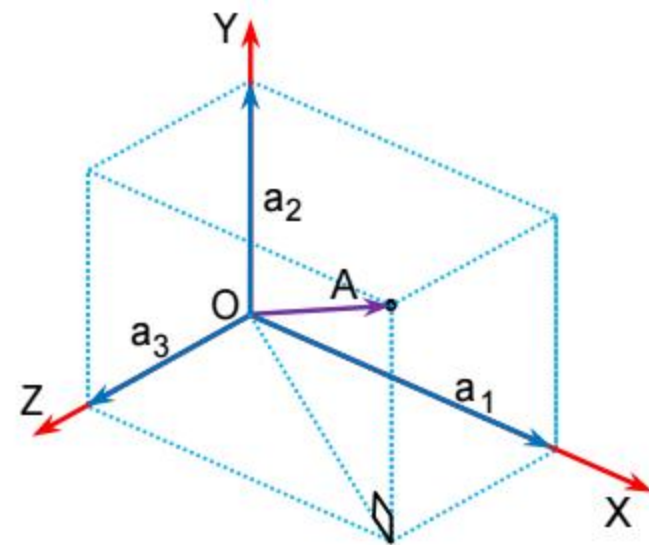
$$\vec{V} = P_{\text{final}} - P_{\text{inicial}}$$

Módulo de un vector en R³

El módulo de un vector $\vec{A} = a_1i + a_2j + a_3k$; está dado por:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

Del gráfico:



Vector Unitario

Dado un vector: $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$, se define como vector unitario en la dirección de \vec{A} , a la expresión:

$$\vec{U}_{\vec{A}} = \frac{\vec{A}}{\|\vec{A}\|}$$

$$\vec{U}_{\vec{A}} = \frac{a_1i + a_2j + a_3k}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}$$

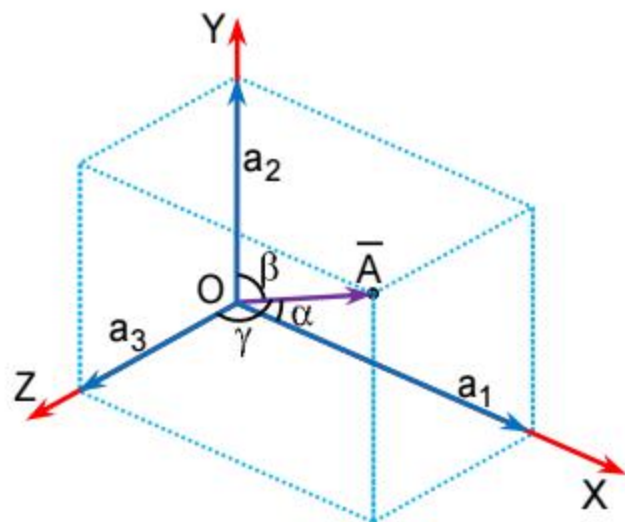
Dirección de un vector en R³ :

La dirección de un vector en R³, está dada por sus ángulos de orientación con respecto a los 3 ejes coordenados. Y a los cosenos de dichos ángulos se denominan **cosenos directores**.

Cosenos directores:

Las direcciones del vector con respecto a los ejes coordenados están dados por:

- α : ángulo con respecto al eje X
- β : ángulo con respecto al eje Y
- γ : ángulo con respecto al eje Z



Cosenos directores

Dirección con el eje X: $\cos \alpha = \frac{a_1}{A}$

Dirección con el eje Y: $\cos \beta = \frac{a_2}{A}$

Dirección con el eje Z: $\cos \gamma = \frac{a_3}{A}$

Propiedad: $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

OPERACIONES CON VECTORES EN \mathbb{R}^3

a) Suma y Diferencia de Vectores:

Dados dos vectores: $\vec{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ y $\vec{B} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$

Se define como vectores suma y diferencia, respectivamente:

$$\vec{S} = (a_1 + b_1)\mathbf{i} + (a_2 + b_2)\mathbf{j} + (a_3 + b_3)\mathbf{k}$$

$$\vec{D} = (a_1 - b_1)\mathbf{i} + (a_2 - b_2)\mathbf{j} + (a_3 - b_3)\mathbf{k}$$

b) Multiplicación por escalar en \mathbb{R}^3

Dado el vector: $\vec{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$ y un escalar "r" se define como producto por escalar a la operación:

$$r\vec{A} = r(a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k})$$

$$r\vec{A} = ra_1\mathbf{i} + ra_2\mathbf{j} + ra_3\mathbf{k}$$

Donde el vector $r\vec{A}$, es múltiplo y paralelo necesariamente al vector \vec{A} .

Propiedades de la Multiplicación por escalar:

Dado los vectores \vec{A} y $\vec{B} \in \mathbb{R}^3$ y los escalares $r, s \in \mathbb{R}$, se cumple:

1. $r\vec{A} // \vec{A}$
2. $(r+s)\vec{A} = r\vec{A} + s\vec{A}$
3. $r(\vec{A} + \vec{B}) = r\vec{A} + r\vec{B}$
4. $r(s\vec{A}) = s(r\vec{A}) = (rs)\vec{A}$

c) Producto interno o producto punto en \mathbb{R}^3 :

Dados dos vectores:

$$\vec{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k} \quad \text{y} \quad \vec{B} = b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}$$

Se define como producto interno $\vec{A} \cdot \vec{B}$ de vectores a la expresión dada por:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

Observe que:

En \mathbb{R}^2 , para un vector $\vec{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j}$; se cumple que:

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = a_1^2 + a_2^2 = A^2$$

En \mathbb{R}^3 , para un vector $\vec{A} = a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}$; se cumple que:

$$\vec{A} \cdot \vec{A} = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = A^2$$

Otra definición:

Es posible también definir el producto interno mediante la relación:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \theta$$

Donde:

- A : módulo del vector \vec{A}
- B : módulo del vector \vec{B}
- θ : ángulo formado por \vec{A} y \vec{B}

Propiedades del Producto Interno:

Dado los vectores \vec{A}, \vec{B} y $\vec{C} \in \mathbb{R}^3$ y los escalares $r, s \in \mathbb{R}$, se cumple:

1. $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$
2. $\vec{A} \cdot \vec{A} = A^2$
3. $(r\vec{A}) \cdot \vec{B} = r(\vec{A} \cdot \vec{B})$
4. $\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
5. $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B}) = A^2 - B^2$
6. Si $\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0$

Importante:

Del vector suma, de acuerdo a las propiedades:

$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{S} \cdot \vec{S} = (\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B})$$

$$S^2 = A^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + B^2$$

Por definición de producto interno:

$$S^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta$$

Análogamente, para el vector diferencia:

$$D^2 = A^2 + B^2 - 2AB \cos \theta$$

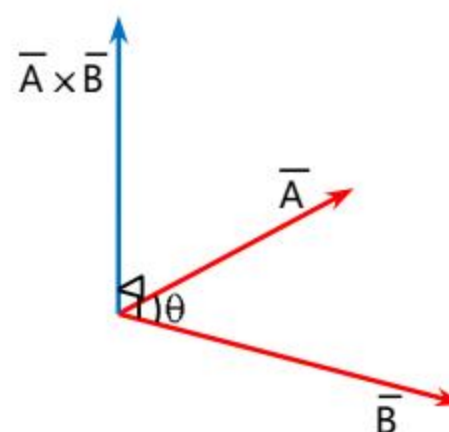
Observe: ¡Esta es la ley del coseno!

d) Producto Vectorial o Producto Cruz en \mathbb{R}^3

Dados dos vectores: $\vec{A} = a_1i + a_2j + a_3k$ y $\vec{B} = b_1i + b_2j + b_3k$; se define como producto vectorial $\vec{A} \times \vec{B}$, a la expresión definida por el determinante:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (a_2b_3 - a_3b_2)i - (a_1b_3 - a_3b_1)j + (a_1b_2 - a_2b_1)k$$



Representación gráfica del producto vectorial

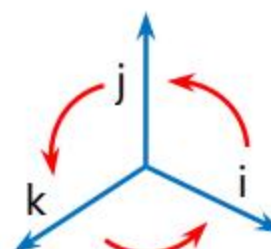
Propiedades del Producto Vectorial

Dado los vectores \vec{A}, \vec{B} y $\vec{C} \in \mathbb{R}^3$ y los escalares $r, s \in \mathbb{R}$, se cumple:

1. $\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$
2. $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) \neq (\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}$
3. $r(\vec{A}) \times \vec{B} = r(\vec{A} \times \vec{B})$
4. $(\vec{A} + \vec{B}) \times \vec{C} = \vec{A} \times \vec{C} + \vec{B} \times \vec{C}$
5. $\|\vec{A} \times \vec{B}\| = AB \sin \theta$
6. Si: $\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = \vec{0}$
7. Si $\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \|\vec{A} \times \vec{B}\| = AB$

Además:

- $i \times j = k$
- $j \times k = i$
- $k \times i = j$



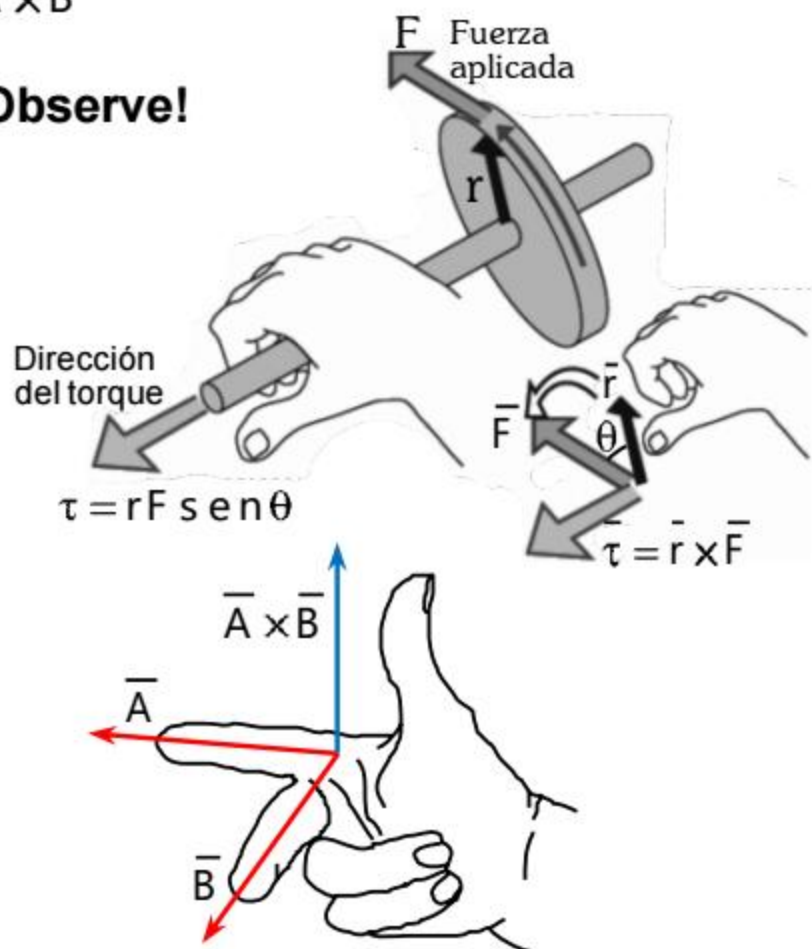
Producto de vectores canónicos:

Puesto que un vector siempre es paralelo a sí mismo: $i \times i = j \times j = k \times k = \vec{0}$

Regla de la mano derecha:

Sirve para hallar la dirección del vector $\vec{A} \times \vec{B}$

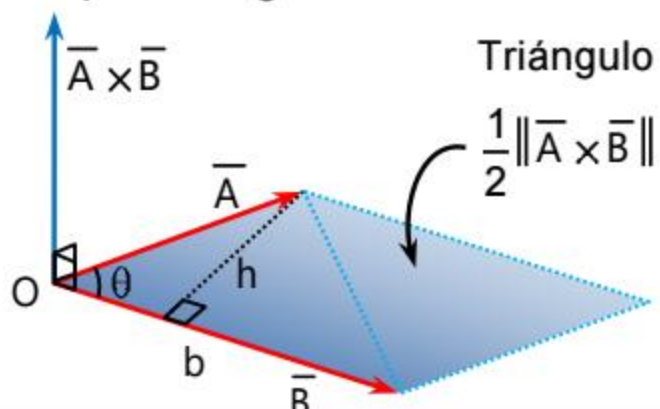
¡Observe!



El momento de fuerza o torque con respecto a un punto es un ejemplo práctico del producto vectorial.

Interpretación Geométrica de $\vec{A} \times \vec{B}$

El vector $\vec{A} \times \vec{B}$, está representado por un vector perpendicular, tanto al vector \vec{A} como al vector \vec{B} . Su módulo es igual al área del paralelogramo formado.



Observe: $A_{\perp} = bh$; Además $\begin{cases} b = B \\ h = A \sin \theta \end{cases}$

Luego: $A_{\perp} = bh = AB \sin \theta$

$$A_{\perp} = \|\vec{A} \times \vec{B}\| = AB \sin \theta$$

Para el triángulo:

$$A_{\Delta} = \frac{1}{2} \|\vec{A} \times \vec{B}\| = \frac{1}{2} AB \sin \theta$$

Doble Producto Vectorial

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$$

e) Producto Triple en \mathbb{R}^3

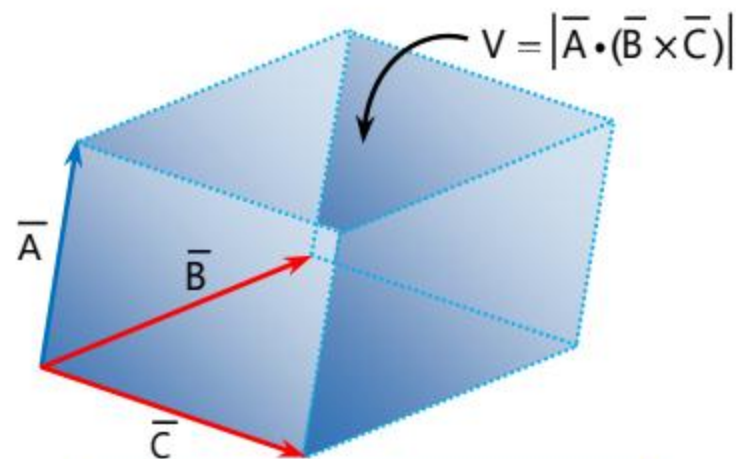
Dado los vectores \vec{A}, \vec{B} y $\vec{C} \in \mathbb{R}^3$, se define como producto triple $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$ a la expresión definida por un determinante de la forma:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = A_x(B_y C_z - B_z C_y) - A_y(B_x C_z - B_z C_x) + A_z(B_x C_y - B_y C_x)$$

Interpretación geométrica de $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$:

El producto triple $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$ de los vectores \vec{A}, \vec{B} y \vec{C} es igual al volumen del paralelepípedo formado por dichos vectores.



$$V_{\text{paralelepípedo}} = \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$$

Capítulo IV:

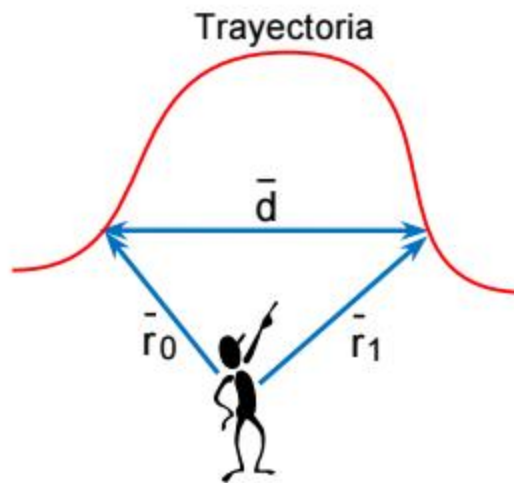
Cinemática

Concepto: Estudio del movimiento mecánico de los cuerpos sin tomar en cuenta las causas que lo provocan y/o modifican.

Trayectoria: Es la curva descrita por el móvil durante su movimiento.

Desplazamiento (d): Es una magnitud vectorial que indica el cambio neto en la posición de un móvil durante su movimiento.

$$\vec{d} = \vec{r}_1 - \vec{r}_0$$



Distancia (d): Es una magnitud escalar que expresa el valor del desplazamiento.

Espacio recorrido (e): Es una magnitud escalar que expresa el valor de la longitud de la trayectoria y se cumple que $e \geq d$ para un movimiento rectilíneo.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)

En este movimiento la velocidad permanece constante y se cumple:

$$V = \frac{d}{t} \quad \text{Además:} \quad e = vt$$

| | | |
|------------|---|---------|
| Velocidad: | V | V = m/s |
| Espacio: | e | e = m |
| Tiempo: | t | t = s |

MOV. RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (M.R.U.V.)

Concepto:

Es el movimiento en el que la velocidad varía con el tiempo y la aceleración es constante, el móvil recorre espacios diferentes en intervalos iguales de tiempo.

Fórmulas:

$$V_f = V_0 \pm at$$

$$V_f = V_{\text{final}}$$

$$e = V_0t \pm \frac{1}{2}at^2$$

$$V_0 = V_{\text{inicial}}$$

a = aceleración

e = espacio

$$V_f^2 = V_0^2 \pm 2ae$$

V_f : Velocidad final

V_0 : Velocidad inicial

a : Aceleración

e : distancia recorrida

$$a = \text{m/s}^2; \quad V = \text{m/s}$$

Utilizar:

- + : Si "a" es aceleración (aumenta la velocidad)
- : Si "a" es desaceleración (disminuye la velocidad)

Si se parte del reposo: $V_0 = 0$

Si se llega al reposo: $V_f = 0$

Velocidad Media

Es igual al espacio total entre el tiempo total o promedio de velocidades.

$$V_m = \frac{e_{\text{total}}}{t_{\text{total}}}$$

También se define la velocidad media como el promedio de las velocidades:

$$V_m = \frac{V_f + V_0}{2}$$

MOVIMIENTO VERTICAL DE CAÍDA LIBRE

Concepto:

Es aquel movimiento vertical de subida o bajada que realiza un cuerpo sometido únicamente a la fuerza de gravedad (g).

Fórmulas:

$$V_f = V_0 \pm gt$$

$$V_f^2 = V_0^2 \pm 2gh$$

$$h = V_0 t \pm \frac{1}{2}gt^2$$

$$h = \left(\frac{V_f + V_0}{2} \right) t$$

Donde:

- V_f : Velocidad final
- V_0 : Velocidad inicial
- g : Aceleración de la gravedad
- h : Altura
- $\uparrow g(-)$: Para el movimiento de subida
- $\uparrow g(+)$: Para el movimiento de bajada

Si $V_0 = 0$ (Parte del reposo)

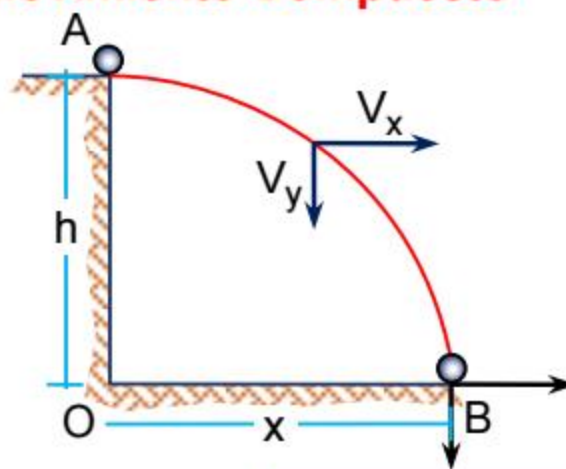
$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{y} \quad V_0 = gt$$

MOVIMIENTO PARABÓLICO

El movimiento parabólico es la composición de dos movimientos completamente independientes.

- * **En la dirección horizontal:**
Se realiza un M.R.U.
- * **En la dirección vertical**
Se realiza un M.R.U.V.

Movimiento Compuesto



$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = Vt = V \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

g : aceleración de la gravedad

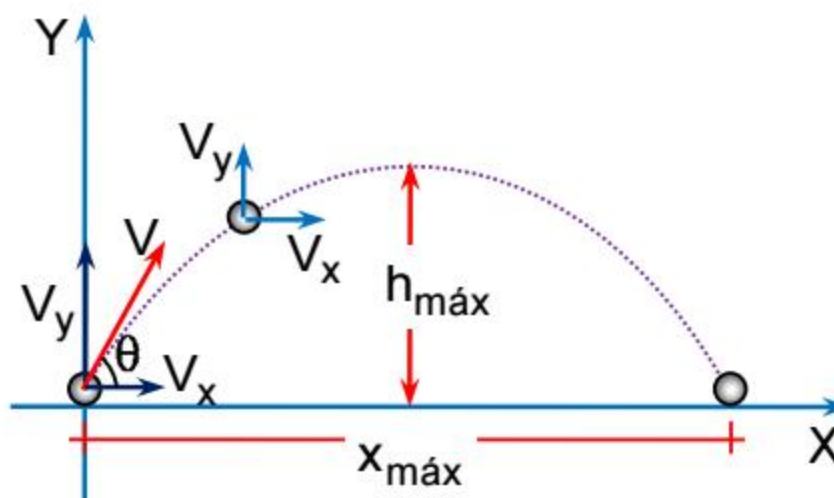
$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

t : tiempo desde A hasta B

Tiempo de A a B = Tiempo de A a O

La velocidad $V_x = V$ en la dirección de X es constante.

Lanzamiento Parabólico



a) **Velocidad horizontal:**

$$V_x = V_0 \cos \theta$$

b) **Velocidad vertical inicial:**

$$V_y = V_0 \text{sen} \theta$$

c) **Velocidad vertical en un punto cualquiera de la trayectoria:**

$$V_y = V_0 \text{sen} \theta - gt$$



d) Espacio horizontal:

$$x = V_0 \cos \theta \cdot t$$

e) Altura:

$$h = V_0 \text{sen} \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

f) Altura máxima:

$$h_{\text{máx}} = \frac{V_0^2 \text{sen}^2 \theta}{2g}$$

g) Alcance máximo:

$$x_{\text{máx}} = \frac{V_0^2 \text{sen} 2\theta}{g}$$

h) Tiempo para $h_{\text{máx}}$:

$$t = \frac{V_0 \text{sen} \theta}{g}$$

i) Tiempo de vuelo:

$$T_{\text{vuelo}} = \frac{2V_0 \text{sen} \theta}{g}$$

MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL

Movimiento Circunferencial Uniforme (M.C.U.)

Es aquel en el cual el móvil describe una trayectoria circular y barre ángulos o arcos iguales en tiempos iguales.

Periodo (T): Es el tiempo que tarda un móvil en dar una vuelta o una revolución a la circunferencia.

1) Velocidad angular (ω):

$$\omega = \frac{\theta}{t} \text{ o también: } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Unidades:

$$\omega = \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \frac{\text{rad}}{\text{min}}$$

θ : en radianes

t : tiempo cualquiera

2) Velocidad tangencial (V):

$$V = \frac{2\pi R}{T}$$

Relación entre velocidad angular y tangencial

$$V = \omega R$$

Frecuencia (f): Es la inversa del periodo.

$$f = \frac{1}{T}$$

$$T = \text{s, min, hora}; f = \frac{1}{\text{s}}; \frac{1}{\text{min}}$$

Donde: $\frac{1}{\text{s}} = \text{R.P.S.} = 1 \text{ Hertz}$

Aceleración tangencial:

$$a_T = \alpha R$$

Además:

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

Otras relaciones:

$$\omega = 2\pi f$$

$$V = \frac{2\pi R N}{T}$$

$$V = 2\pi R f$$

$$\omega = \frac{2\pi N}{T}$$

N : Número de revoluciones

Mov. Circunferencial Uniformemente Variado (M.C.U.V.)

Es el movimiento cuya trayectoria es una circunferencia y su velocidad varía uniformemente conforme transcurre el tiempo esto significa que su aceleración angular permanece constante.

Las ecuaciones del movimiento son las mismas del movimiento rectilíneo uniformemente variado.

Fórmulas:

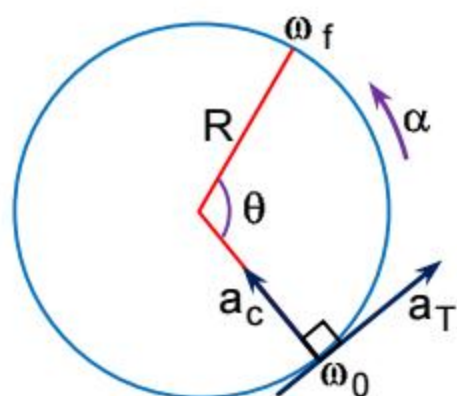
$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

$$\omega_f = \omega_0 \pm \alpha t$$

$$\theta = \omega_0 t \pm \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega_f^2 = \omega_0^2 \pm 2\alpha\theta$$

θ en radianes



Unidades:

$$\alpha = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}, \frac{\text{rad}}{\text{min}^2}$$

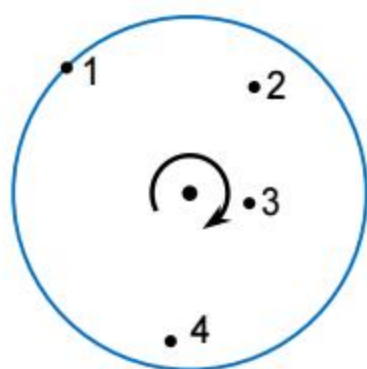
Aceleración Centrípetra (a_c)

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \omega^2 R$$

Importante

Todos los puntos de un cuerpo rígido en rotación, poseen la misma "velocidad angular", esta no depende del radio de giro.



$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4$$

Capítulo V:

Dinámica

Trata de las leyes del movimiento en relación con las fuerzas que lo producen, se clasifica en dinámica lineal y dinámica circunferencial.

Masa: Es la cantidad de materia que hay en un cuerpo.

Peso: Es la fuerza que hace la tierra para atraer la masa de un cuerpo.

$$P = mg$$

P = Peso

m = masa

g = aceleración de la gravedad

Segunda Ley de Newton

F : fuerza

a : aceleración

m : masa

$$a = \frac{F}{m}$$

$$F = ma$$

Si el cuerpo está afectado de varias fuerzas, se tiene:

$$\sum F = ma$$

Unidades:

F : Newton (N)

a : m/s^2

m : kg

Rozamiento y Fricción

Es una fuerza tangencial que está presente entre dos superficies de contacto y que se opone al movimiento de uno con respecto al otro.

- μ_s = coeficiente de rozamiento estático
- μ_k = coeficiente de rozamiento cinético
- F_k = fuerza de rozamiento cinético
- $F_s = R$ = fuerza de rozamiento estático
- N = fuerza perpendicular al plano
- P = peso

$$F_s = \mu_s N \quad F_k = \mu_k N$$

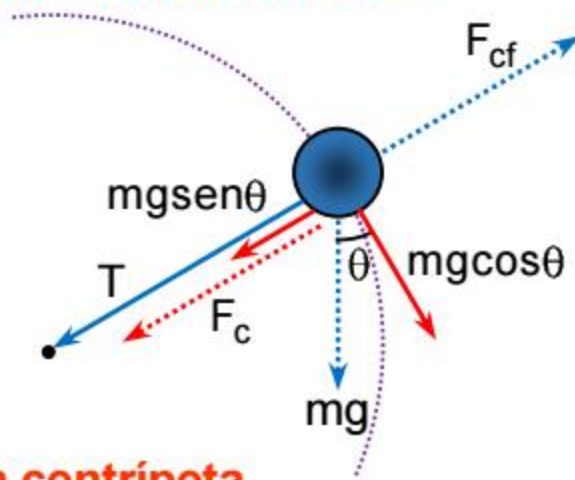
N = Newton ; F = Newton

μ = Adimensional

Siempre se cumple:

$$F_s > F_k \quad \text{y} \quad \mu_s > \mu_k$$

Dinámica Circunferencial



Fuerza centrípeta

$$F_R = ma \Rightarrow F_c = ma_c$$

$$a_c = \frac{V^2}{R} \quad \text{pero:}$$

$$V = \omega R \Rightarrow a_c = \omega^2 R$$

Donde:

- V : rapidez tangencial o lineal (m/s)
- ω : rapidez angular (rad/s)
- R : radio de la circunferencia (m)

Ahora es posible definir la fuerza centrípeta:

$$F_c = \frac{m V^2}{R}$$

Pero cuando existe más de una fuerza radial actuando en el cuerpo, se aplica:

$$F_c = \sum \text{Fuerzas que van al centro} - \sum \text{Fuerzas que salen del centro}$$

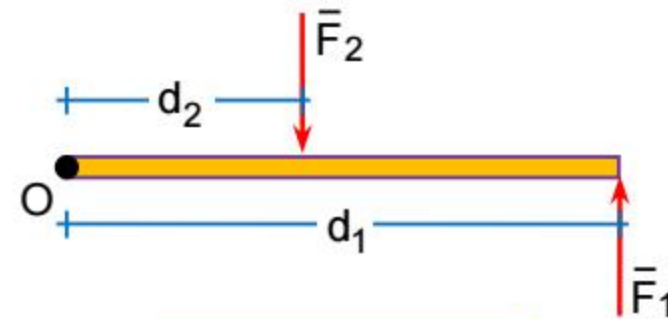
Capítulo VI:

Estática

Estudia las condiciones que deben cumplirse para que un cuerpo sobre el que actúan fuerzas se mantenga en equilibrio.

Fuerza: Es una magnitud vectorial que modifica la situación de los cuerpos, variando su estado de reposo.

Cuando forman cupla: Se aplica momento respecto a un punto elegido.

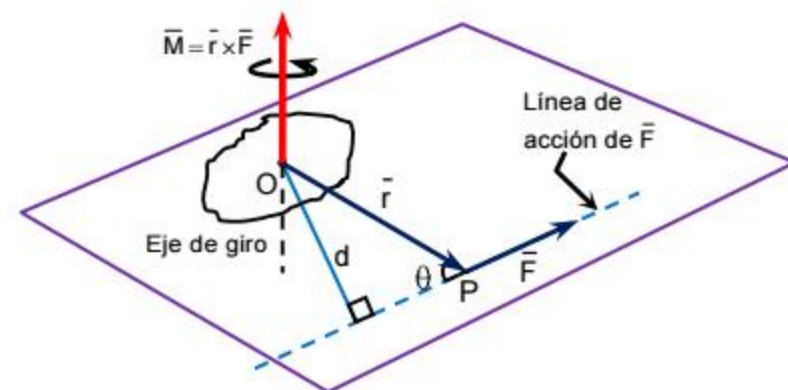


$$M_R = d_1 F_1 - d_2 F_2$$

Si el sistema está en equilibrio:

$$\bar{M}_R = \bar{0} \Rightarrow d_1 \bar{F}_1 = d_2 \bar{F}_2$$

Definición vectorial del momento de fuerza



$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$, se denomina producto vectorial y se define mediante una determinante:

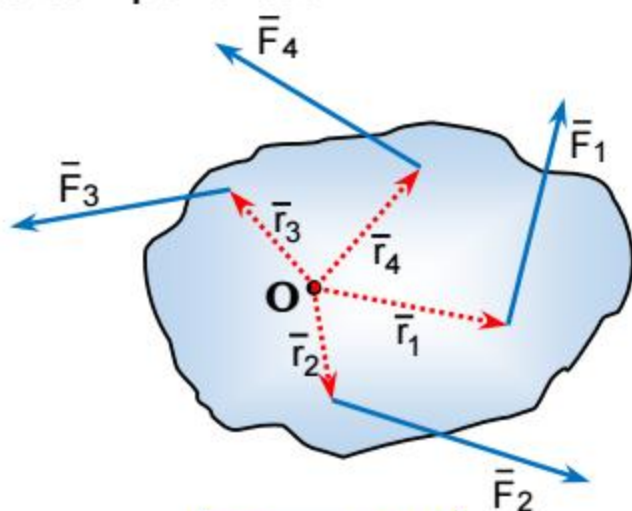
$$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ r_1 & r_2 & r_3 \\ F_1 & F_2 & F_3 \end{vmatrix}$$

Teorema de Varignon

El momento resultante de un grupo de fuerzas respecto a un punto, es igual a la suma algebraica de los momentos de las fuerzas componentes, respecto al mismo punto.

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

“El momento de la resultante es igual a la suma de los momentos de cada una de las fuerzas componentes”



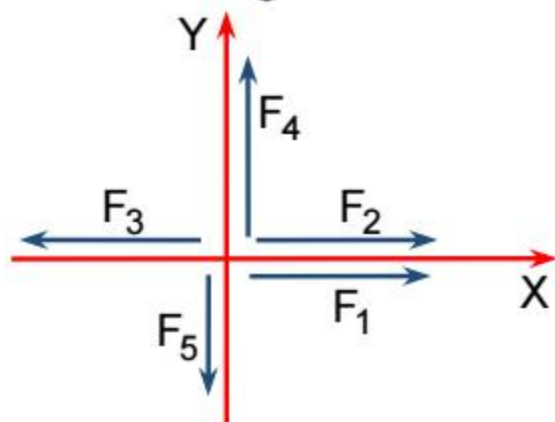
$$M_R = \sum M_i$$

$$\vec{r} \times \vec{F}_R = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 + \vec{r}_4 \times \vec{F}_4$$

Primera condición de equilibrio:

La resultante del sistema de fuerzas debe ser cero: $\sum \vec{F} = \vec{0}$

Como las fuerzas se descomponen en sus componentes rectangulares se tiene:



$$\sum F_x = 0$$

$$F_3 = F_1 + F_2$$

$$\sum F_y = 0$$

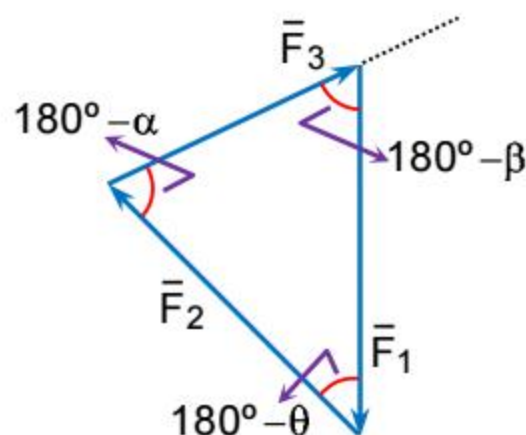
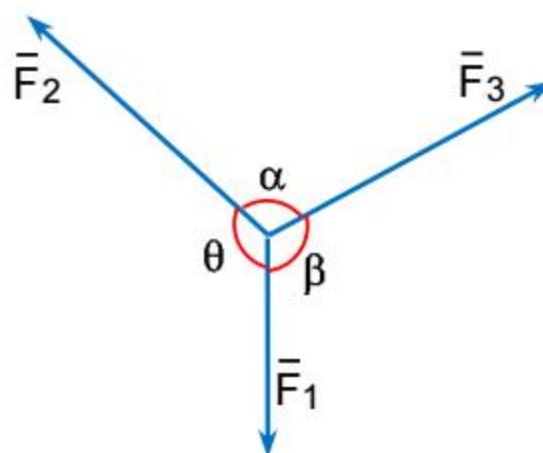
$$F_4 = F_5$$

Teorema de Lamy o Ley de senos

Si un cuerpo está sometido a tres fuerzas concurrentes, las cuales cumplen con la condición

Estas fuerzas forman un polígono vectorial. Se cumple que:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$$



$$\frac{F_1}{\text{sen } \alpha} = \frac{F_2}{\text{sen } \beta} = \frac{F_3}{\text{sen } \theta}$$

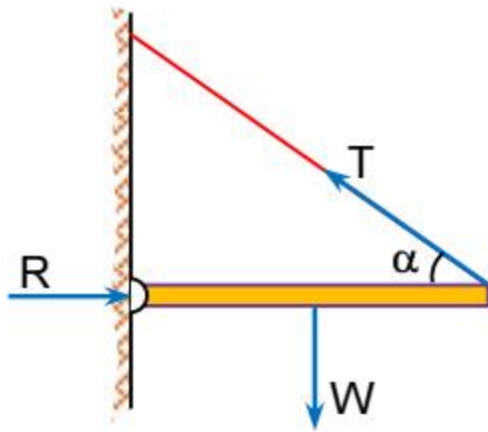
Por propiedades de ángulos suplementarios, se sabe que: $\text{sen } 180^\circ - x = \text{sen } x$

Segunda condición de equilibrio

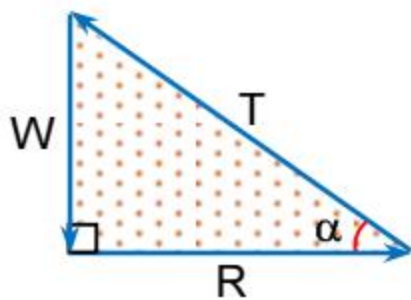
Cuando un cuerpo permanece en reposo o cuando rota con velocidad uniforme se cumple:

$$\sum M_0^F = 0$$

Diagrama de cuerpo libre (D.C.L.)



Formando el triángulo vectorial de fuerzas:



$$T = \frac{W}{\text{sen } \alpha} = \frac{R}{\text{cos } \alpha}$$

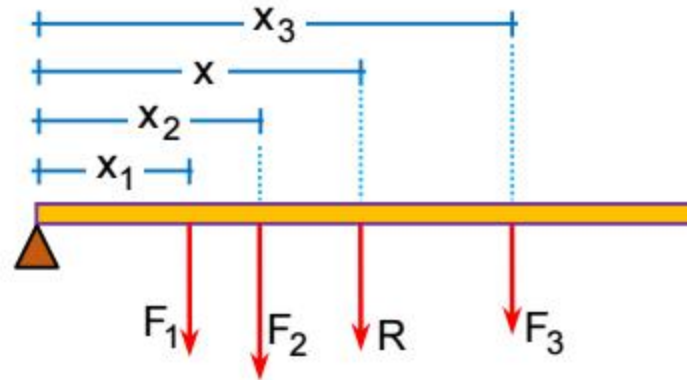
- T: Tensión del cable que soporta la cuerda
- W: Peso de la barra, que se toma en el punto medio de la barra
- R: Reacción de la pared sobre la barra

Centro de gravedad (C.G.)

Es el punto de aplicación de la resultante de todas las fuerzas de gravedad que actúan sobre las distintas masas de un cuerpo.

En física, el centroide, el **centro de gravedad** y el centro de masas pueden, bajo ciertas circunstancias, coincidir entre si. En estos casos se hace válido utilizar estos términos de manera indistinta. El centroide es un concepto puramente geométrico mientras que los otros dos términos se relacionan con las propiedades físicas de un cuerpo.

Por el Teorema de Varignon, tenemos:



Tomando momentos:

$$F_1x_1 + F_2x_2 + F_3x_3 = Rx$$

$$x = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + F_3x_3}{R}$$

Donde: $R = F_1 + F_2 + F_3$

Posición del centro de gravedad

Tenemos el C.G. con coordenadas (x, y). Según el Teorema de Varignon se cumple:

$$x = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + F_3x_3 + \dots}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots}$$

$$y = \frac{F_1y_1 + F_2y_2 + F_3y_3 + \dots}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots}$$

Si en lugar de fuerzas se tratara de áreas:

$$x = \frac{A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

$$y = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

Centro de gravedad de figuras compuestas

- Separamos la figura compuesta en figuras conocidas
- Se calcula las coordenadas de los centros de gravedad de cada figura por separado
- Se construye una tabla de centros de gravedad
- Las superficies o volúmenes vacíos se consideran negativos.

Centros de Gravedad de algunos cuerpos

| NOMBRE | FIGURA | X | Y |
|--------------------------|--------|-------------------|-------------------|
| Triángulo | | | $\frac{h}{3}$ |
| Cuarto de Circunferencia | | $\frac{2R}{\pi}$ | $\frac{2R}{\pi}$ |
| Semicircunferencia | | 0 | $\frac{2R}{\pi}$ |
| Cuarto de Círculo | | $\frac{4R}{3\pi}$ | $\frac{4R}{3\pi}$ |
| Semicírculo | | 0 | $\frac{4R}{3\pi}$ |
| Prisma | | | $\frac{h}{2}$ |
| Cilindro | | | $\frac{h}{2}$ |
| Pirámide | | | $\frac{h}{4}$ |
| Cono | | | $\frac{h}{4}$ |

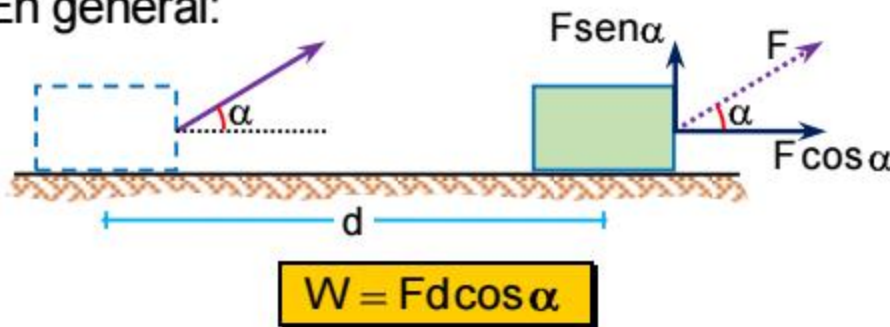
Capítulo VII:

Trabajo y Energía Mecánica

TRABAJO (W)

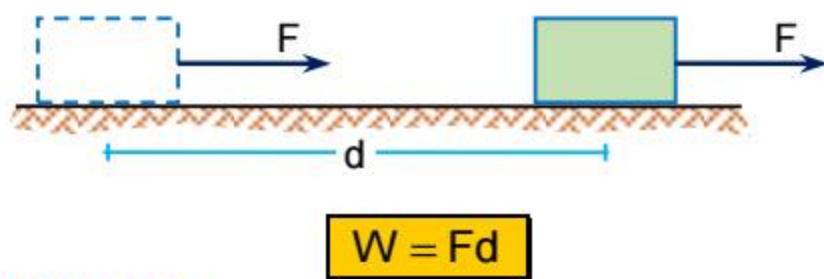
Es la fuerza aplicada a una masa cuando la desplaza una distancia.

En general:



Nota: La componente $F\text{sen}\alpha$ no realiza trabajo

Caso particular: Si F tiene la misma dirección y sentido del movimiento, realiza trabajo positivo.



Unidades:

- $W = \text{Joule}$
- $1 \text{ Joule} = 1 \text{ Newton} \cdot \text{metro}$
- $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$

POTENCIA (P)

Es el trabajo realizado en un tiempo determinado.

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{Además como: } W = Fd$$

$$P = \frac{Fd}{t} = FV$$

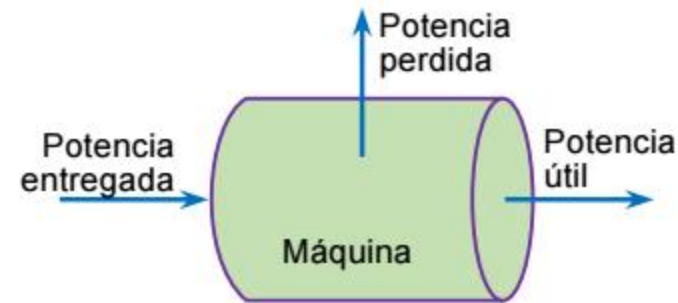
$P = \text{watt (W)}$

$1 \text{ watt (W)} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$

Rendimiento o eficiencia de una máquina (η)

$$\text{Eficiencia}(\eta) = \frac{\text{Potencia útil}}{\text{Potencia consumida}} \times 100\%$$

Donde: $0\% < \eta < 100\%$

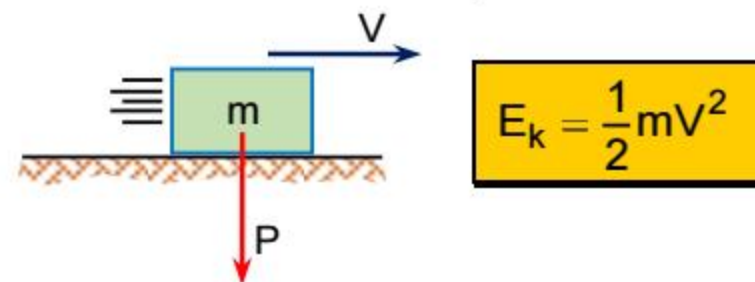


Energía (E)

Es la capacidad que tiene todo cuerpo para realizar un trabajo.

Energía Cinética (E_k)

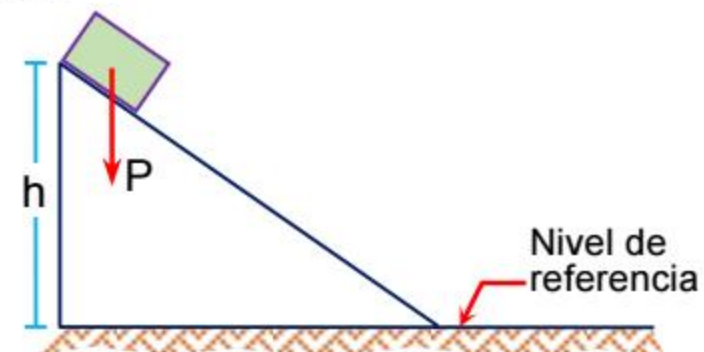
Es aquella magnitud física escalar que sirve para expresar la medida cuantitativa del movimiento de los cuerpos.



Sus unidades son las mismas que las del trabajo.

Energía Potencial (E_p)

Se define como la capacidad que tiene un cuerpo para realizar trabajos en virtud a su posición.



$$P = mg$$

$$E_p = mgh$$

Principio de Conservación de la Energía Mecánica

Si la única fuerza que realiza trabajo sobre un cuerpo es su peso, la energía mecánica se conserva.

$$E_{M(\text{inicial})} = E_{M(\text{final})}$$

En un sistema conservativo:

$$E_{k_i} + E_{p_i} = E_{k_f} + E_{p_f}$$

En un sistema no conservativo:

$$E_{k_i} + E_{p_i} = E_{k_f} + E_{p_f} + W_f$$

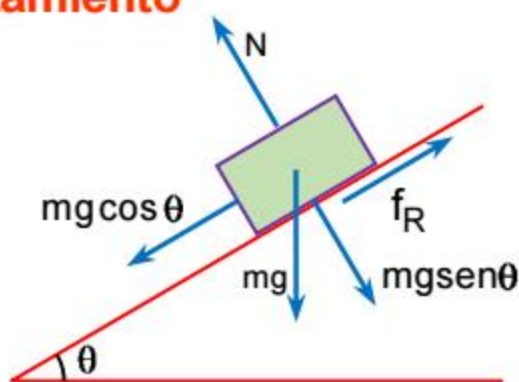
W_f es el trabajo de las fuerzas de fricción

Teorema del Trabajo y la Energía

El trabajo realizado por fuerzas diferentes al peso sobre un cuerpo o sistema, es igual a la variación de la energía mecánica.

$$\sum W_{(\text{sin considerar el peso})} = E_{M_f} - E_{M_0}$$

Trabajo realizado en planos inclinados con rozamiento



N : no realiza trabajo (\perp al movimiento)

El único que realiza trabajo es la fuerza de rozamiento (f_R)

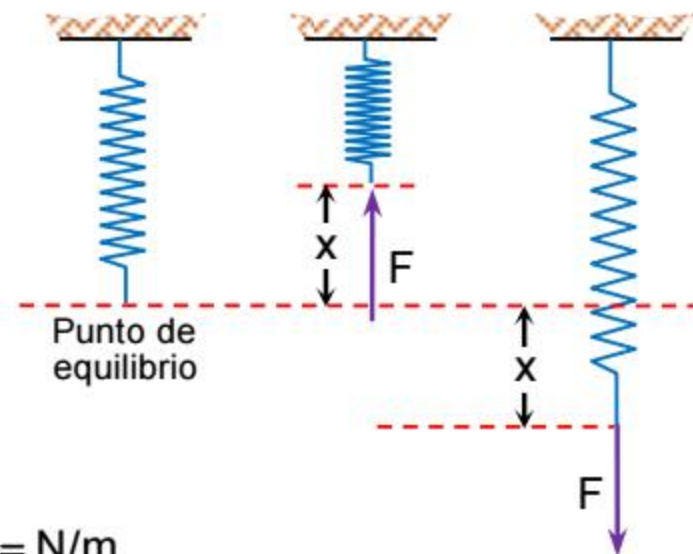
$$W(f_R) = E_{M(\text{final})} - E_{M(\text{inicial})}$$

Energía potencial elástica (E_e)

Es aquella magnitud física escalar que nos expresa la energía de los cuerpos elásticos cuando se les deforma parcialmente al estirarse o comprimirse.

Ley de Hooke

La fuerza deformadora es directamente proporcional a la elongación (estiramiento) del resorte.



$$k = \text{N/m}$$

F : Fuerza deformadora

K : Constante de elasticidad, su valor depende del material y la forma del resorte.

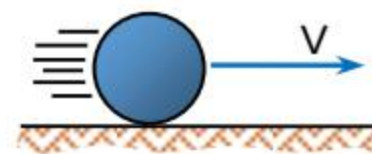
$$F = kx$$

$$E_e = \frac{1}{2} kx^2$$

Cantidad de Movimiento y Choques

Momentum Lineal o cantidad de movimiento (\bar{P})

Es una magnitud física vectorial, que sirve para expresar la medida del movimiento mecánico de traslación de los cuerpos o partículas.



$$\bar{P} = m\bar{V}$$

$$P = \text{N} \cdot \text{s}$$

\bar{P} y \bar{V} tienen la misma dirección y sentido:

Impulso (\bar{I}): Es el esfuerzo que se hace durante un tiempo muy pequeño (Δt) modificando su cantidad de movimiento.

$$\bar{I} = \bar{F} \cdot \Delta t$$

$$I = \text{N} \cdot \text{s}$$

Relación importante: $\bar{I} = \Delta \bar{P}$

Principio de la Conservación del Momentum Lineal

i) Si el impulso es igual a cero:

$$\bar{P}_{inicial} = \bar{P}_{final}$$

ii) En un sistema aislado:

$$\sum \bar{P}_{inicial} = \sum \bar{P}_{final}$$

En función de sus componentes rectangulares

$$\sum \bar{P}_{final(x)} = \sum \bar{P}_{inicial(x)}$$

$$\sum \bar{P}_{final(y)} = \sum \bar{P}_{inicial(y)}$$

Velocidad del Centro de Masa ($V_{C.M.}$)

El centro de masa (C.M.) es aquel punto donde se considera concentrada la masa del sistema y donde actúa la fuerza resultante.

$$V_{C.M.} = \frac{m_1V_1 + m_2V_2 + m_3V_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

Como: $M = m_1 + m_2 + m_3 + \dots$

$$\bar{P}_{sistema} = M\bar{V}_{C.M.}$$

Choques

Son aquellas interacciones mutuas violentas que alteran el movimiento de los cuerpos.

Se cumple:

$$\bar{P}_{antes\ del\ choque} = \bar{P}_{despues\ del\ choque}$$

Coefficiente de Restitución (e)

Es un factor adimensional que indica la relación entre la velocidad relativa de alejamiento después del choque y la velocidad

relativa de acercamiento después del choque y la velocidad relativa de acercamiento antes del choque. $0 \leq e \leq 1$

$$e = \frac{V_R\ alejamiento}{V_R\ acercamiento}$$

Tipos de Choques

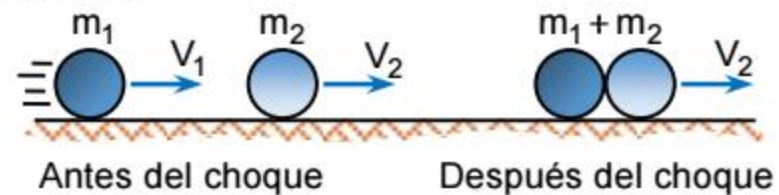
1. Perfectamente elástico: (e = 1)

Además: No liberan calor y

$$E_k\ antes = E_k\ despues$$

2. Perfectamente inelástico: (e = 0)

Liberan calor, además después del choque los cuerpos avanzan juntos con la misma velocidad.



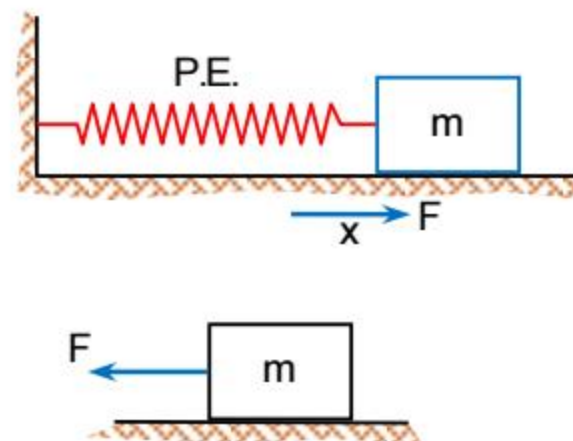
$$\bar{P}_{antes\ del\ choque} = \bar{P}_{despues\ del\ choque}$$

$$m_1V_1 + m_2V_2 = (m_1 + m_2)V$$

$$V = \frac{m_1V_1 + m_2V_2}{m_1 + m_2}$$

Movimiento Armónico Simple (M.A.S.)

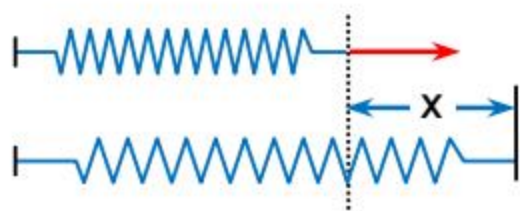
Elongación (\bar{x}): Es una magnitud vectorial, indica la posición de la partícula "m" en cada instante de tiempo "t" respecto de la posición del equilibrio.



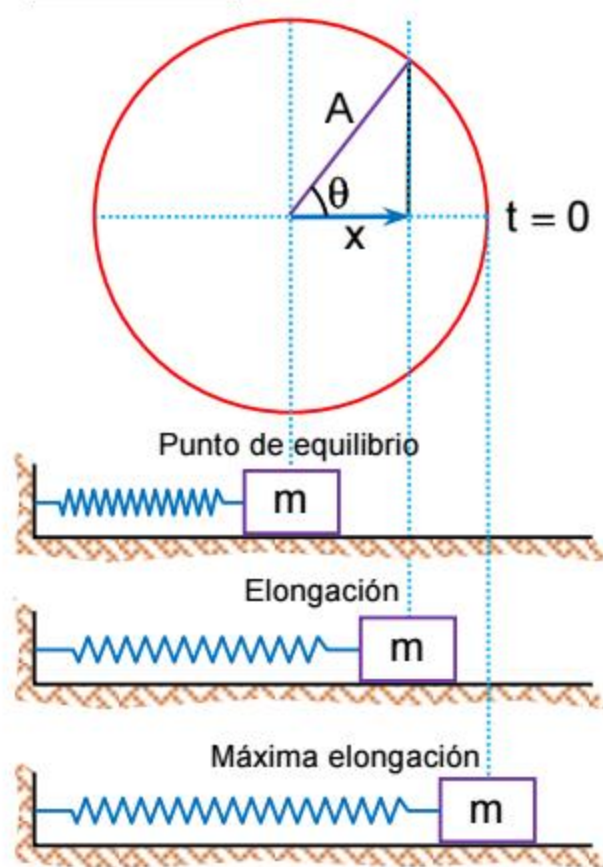
Amplitud (A): Es la elongación máxima.
 $x = A \cos(\omega t)$ ω : velocidad angular

Fuerza recuperadora (F):

Es aquella fuerza interna que manifiestan los cuerpos elásticos al ser estirados o comprimidos.



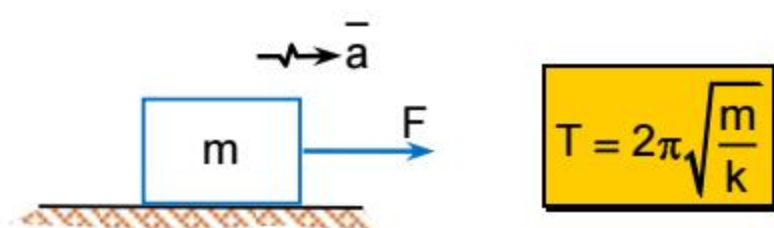
Donde: $F = -kx$



Relación del M.A.S. y el M.C.U.

$x = A \cos(\omega t)$ $v = \omega A \sin(\omega t)$
 $a = \omega^2 A \cos(\omega t)$ $a = \omega^2 x$

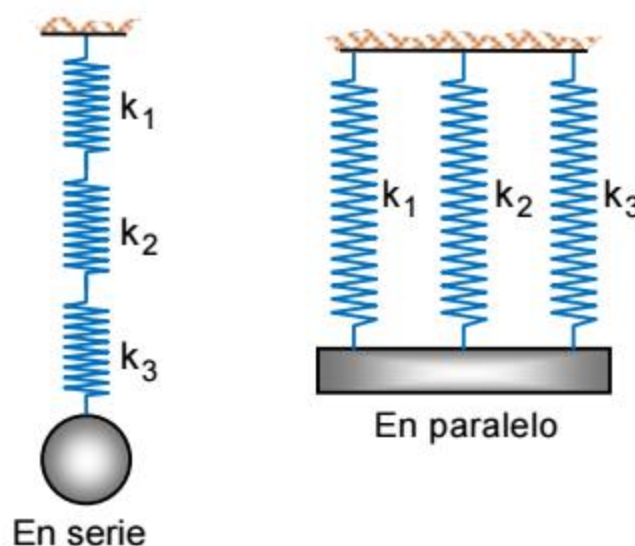
Periodo de la partícula "m"



Energía Total del Sistema

$E_{total} = \frac{1}{2}kA^2$

Asociación de Resortes



En serie: Se cumple:

$T_1 = T_2 = T_3$
 $T = k_1 x_1 = k_2 x_2 = k_3 x_3 = k_E x_E$

$\frac{1}{k_E} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$

En paralelo: Se cumple:

$T_1 = T_2 = T_3$
 $T = k_1 x_1 = k_2 x_2 = k_3 x_3 = k_E x_E$

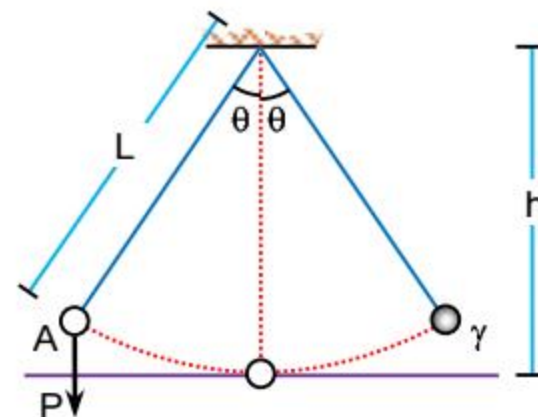
$\frac{1}{k_E} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3}$

$x_1 = x_2 = x_3$
 $T_E = T_1 + T_2 + T_3$
 $k_E = k_1 + k_2 + k_3$

Péndulo Simple

Es un dispositivo que se mueve con un movimiento comparable al M.A.S. y por lo tanto obedece sus leyes.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$





Periodo (T): Tiempo que demora una oscilación.

Propiedad:

Para dos periodos de dos péndulos cualquiera:

$$\frac{T}{\sqrt{L}} = \frac{T_1}{\sqrt{L_1}}$$

Para dos péndulos de igual longitud de cuerda, en diferentes gravedades:

$$\frac{T}{\sqrt{g}} = \frac{T_1}{\sqrt{g_1}}$$

ENERGÍA MECÁNICA EN UN M.A.S. (Potencial y Cinética)

- Energía potencial elástica (E_p):

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}Kx^2$$

- Energía cinética (E_c):

$$E_C = \frac{1}{2}mV^2$$

- La energía total (E) será:

$$E_M = E_{Pe} + E_C$$

$$E_T = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mV^2$$

Energía Total

$$x = A \text{ y } V = 0: E = \frac{1}{2}KA^2$$

$$x = 0 \text{ y } V_m = \omega A: E = \frac{1}{2}mV_m^2$$

- En cualquier punto del M.A.S. se cumple la ley de la conservación de la energía mecánica.

$$E = \frac{1}{2}Kx^2 + \frac{1}{2}mV^2$$

$$\text{Además: } E_{\text{total}} = \frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}mV_m^2$$

Capítulo VIII:

Hidrostática e Hidrodinámica

Estudia las leyes que rigen a los líquidos y gases. Consta de tres partes: Hidrostática, Hidrodinámica y Neumostática

Densidad

Expresa la masa de la sustancia contenida en la unidad de volumen.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \text{Unidades: } \frac{g}{cm^3}; \frac{kg}{m^3}$$

Donde: $m = \rho V$

Peso: $W = mg$

$$W = \rho g V$$

Peso específico (ρ)

Es el peso de sustancia por unidad de volumen.

$$\gamma = \frac{W}{V} \quad \text{Unidades: } \frac{N}{m^3}$$

Relación entre densidad y peso específico

$$\gamma = \rho g$$

Presión (P): Se define como la fuerza perpendicular que actúa por unidad de área.

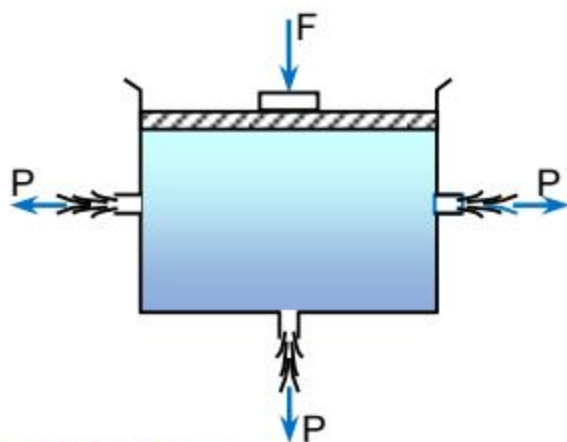
$$P = \frac{F}{A}$$

Unidades de presión: 1 Pascal = 1 $\frac{N}{m^2}$

Principio de Pascal

“Un líquido confinado transmite en todas las direcciones la presión que soporta.”

Por los tres orificios sale el agua a una misma presión P por cada acción de la fuerza F.

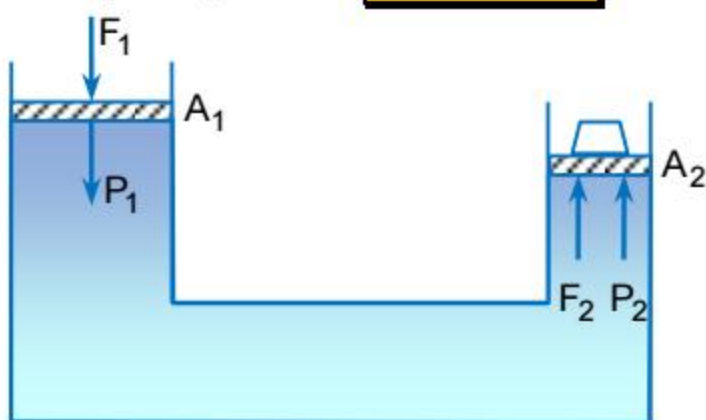


Prensa Hidráulica

Aquí se cumple el principio de Pascal

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$



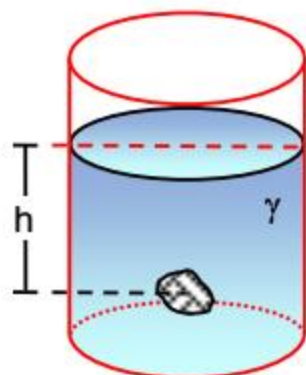
Al aplicar la fuerza F_1 se desplaza el émbolo de área A_1 una altura h_1 , entonces F_2 subirá una altura h_2 , se cumple:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{A_2}{A_1}$$

Presión Hidrostática

Es la presión que soporta un cuerpo sumergido en un líquido en forma parcial o total.

$$P = h\gamma$$



γ : Peso específico del líquido

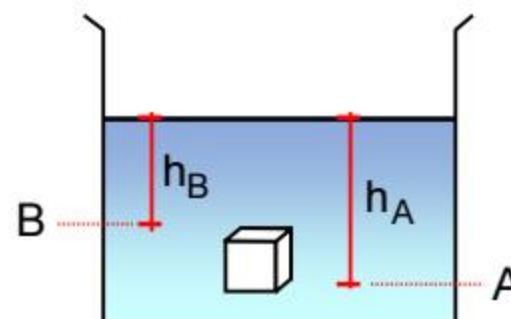
$$P = \rho gh$$

ρ : Densidad del líquido

g : Aceleración de la gravedad

Ley fundamental de la hidrostática

Presión hidrostática a distintos niveles



$$P_A = \gamma h_A$$

$$P_B = \gamma h_B$$

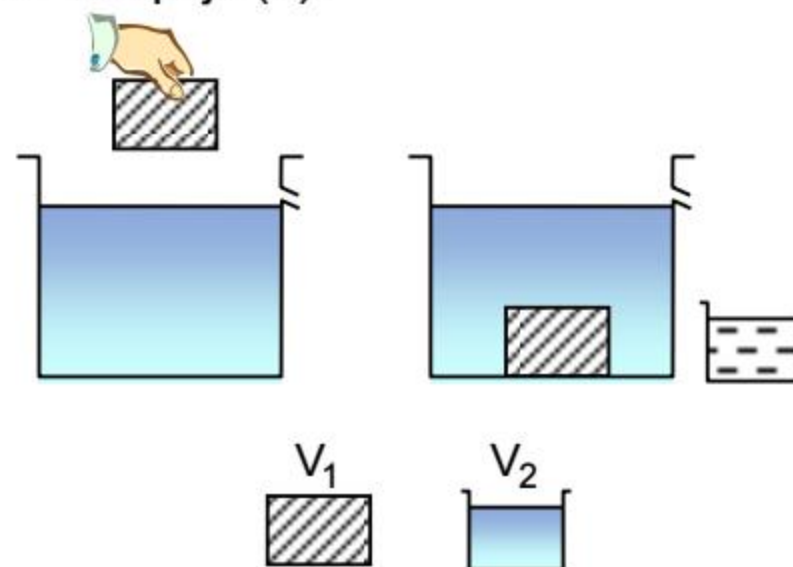
Diferencia de presiones:

$$P_B - P_A = \gamma(h_B - h_A)$$

$$\Delta P = \gamma(h_A - h_B)$$

Principio de Arquímedes

Todo cuerpo sumergido en un fluido está sometido a la acción de una fuerza de abajo hacia arriba, perdiendo aparentemente una parte de su peso, esa fuerza se denomina empuje (E).



“El volumen desplazado por el bloque es igual al volumen del líquido”

Empuje Hidrostático (E)

La aparente pérdida de peso o empuje, que experimenta al cuerpo sumergido en

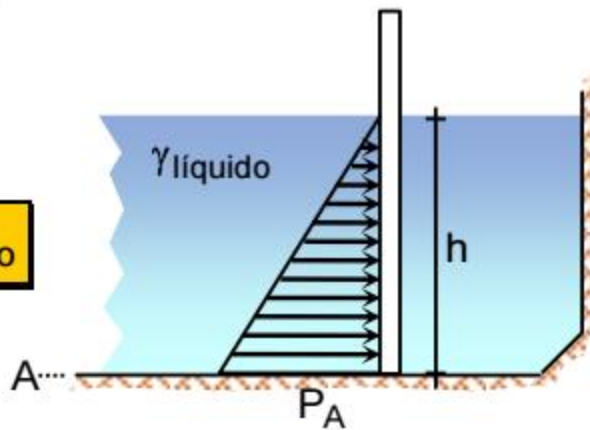
un líquido, es igual al peso del volumen del líquido desalojado.

$$E = \rho_{\text{líquido}} g V_{\text{sumergido}}$$

$$E = \gamma_{\text{líquido}} V_{\text{sumergido}}$$

Presión Hidrostática sobre un cuerpo sumergido

$$P_A = h \gamma_{\text{líquido}}$$



Fuerza Hidrostática

$$F = A \gamma h$$

A: Área del cuerpo sumergido

Hidrodinámica

Definición:

Es la rama de la Mecánica de Fluidos que se encarga de estudiar el comportamiento de los líquidos en movimiento.

Tipos de Flujo

Cuando los líquidos fluyen sus moléculas componentes se mueven describiendo curvas llamadas **líneas de corriente**. Si estas no cambian en el tiempo el movimiento se llamará **estacionario** y si lo hacen, se llama **turbulento**. La velocidad es la misma en todos los puntos del fluido.

Caudal (Q)

Se denomina así al volumen que atraviesa la sección recta de una corriente en cada unidad de tiempo.

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Unidades: $Q = \text{m}^3/\text{s}$

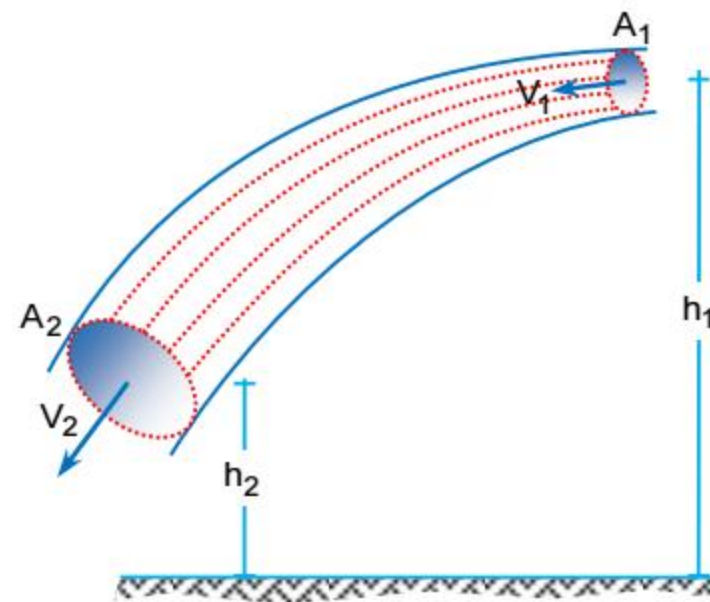
Ecuación de Continuidad

El volumen de fluido que atraviesa en la unidad de tiempo cualquier sección recta de la corriente es el mismo. Si tenemos:

Ecuación de Bernoulli

La energía total de un fluido incompresible con movimiento estacionario se mantiene constante.

$$p_1 + \frac{1}{2} V_1^2 \rho + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} V_2^2 \rho + \rho g h_2 = \text{cte}$$



Se cumple con gran aproximación en los líquidos pero es mucho más exacta para gases debido a su gran compresibilidad.

$$p + \frac{1}{2} V^2 \rho = \text{cte}$$

Esta expresión nos indica que allí donde la velocidad es mayor la presión es menor.

Aplicaciones:

a) Teorema de Torricelli

$$V = \sqrt{2gh}$$

b) Contador de Venturi

$$V_2 = A_1 \sqrt{\frac{2 p_1 - p_2}{\rho (A_1^2 - A_2^2)}}$$

c) Tubo de Pitot

$$V_2 = \sqrt{\frac{2g\rho_0 h}{\rho}}$$

ρ_0 : Líquido manométrico

d) Atomizador

También llamado "spray" obedece a la Ley de Bernoulli "donde mayor es la velocidad menor es la presión".

e) Sustentación del ala de un avión

$$F = \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2) A$$

f) Empuje sobre un cohete

$$\begin{cases} v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2(p - p_0)}{\rho}} \\ F_{\text{emp}} = 2A_0(p - p_0) \end{cases}$$

Viscosidad

Es la oposición que ofrecen las moléculas de un fluido al desplazamiento de un cuerpo en contacto con ellas.

Fuerza de Viscosidad:

$$F = \eta \frac{A \cdot v}{h}$$

- η : Coeficiente de viscosidad
- A : Área de la lámina
- v : Velocidad de la lámina
- h : Altura de líquido

Ley de Stokes

$$F = 6\pi R\eta v \quad (\text{Esfera})$$

En general:

- $F = k\eta v$ (Velocidades pequeñas)
- $F = k\eta v^2$ (Velocidades grandes)

Capítulo IX:

Temperatura y Dilatación

Concepto

Caracterizan el estado de agitación molecular de un sistema macroscópico.

Temperatura: Es una magnitud física escalar que mide el grado de agitación molecular de una sustancia cualquiera.

Ley Cero de la Termodinámica

Dos sistemas en equilibrio térmico con un tercero, están en equilibrio térmico entre sí.

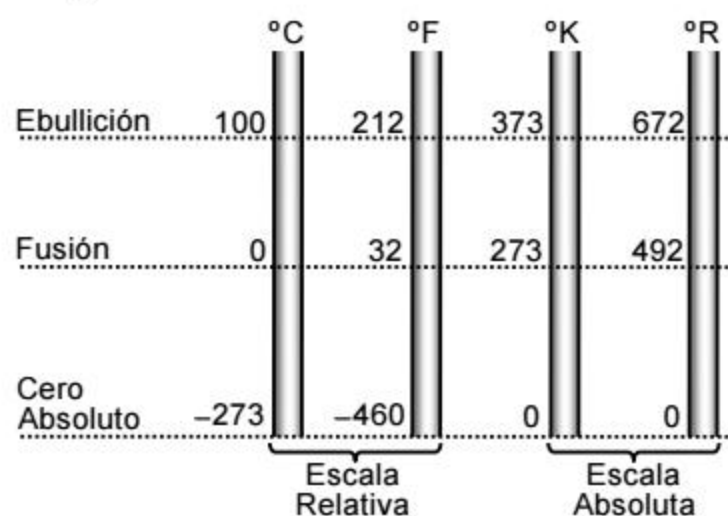
$$T_{\text{baja}} \leq T_E \leq T_{\text{alta}}$$

Escalas termométricas

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} = \frac{K - 273}{5} = \frac{R - 492}{9}$$

$$1 \text{ K} = 1 \text{ }^\circ\text{C}; \quad 1 \text{ }^\circ\text{F} = \frac{5}{9} \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}; \quad K = C + 273$$



Creación de nuevas escalas:

$$\frac{\text{Escala "x" - Pto de fusión de H}_2\text{O}}{\text{Pto de ebullición de H}_2\text{O - Pto de fusión de H}_2\text{O}}$$

Los puntos de fusión y ebullición deben estar expresados en la nueva escala

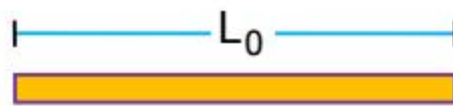
DILATACIÓN

Concepto

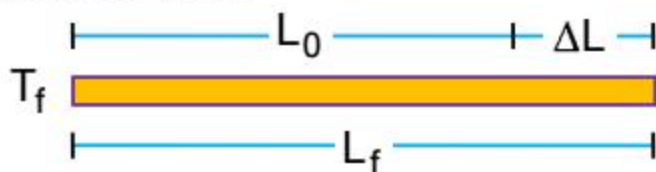
Es el fenómeno que consiste en el aumento en dimensiones de un cuerpo como resultado del aumento de temperatura. Para sólidos y líquidos se cumple que:

Dilatación lineal: Es el aumento de longitud que experimentan los cuerpos lineales al aumentar su temperatura.

Estado inicial



Estado final



$$\Delta T = T_f - T_0 \Rightarrow \Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

$$\text{Como: } L_f = L_0 + \Delta L \Rightarrow L_f = L_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

Donde:

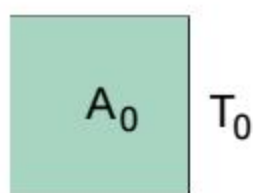
α : coeficiente de dilatación lineal

$$\alpha = ^\circ\text{C}^{-1}; \text{K}^{-1}$$

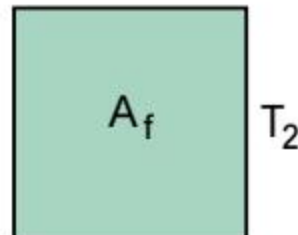
ΔT : Variación de temperatura en K

Dilatación superficial: Es el aumento de superficie de aquellos cuerpos debido al incremento de temperatura.

Estado inicial



Estado final



$$\Delta T = T_f - T_0 \Rightarrow \Delta A = \beta A_0 \Delta T$$

$$\text{Como: } A_f = A_0 + \Delta A \Rightarrow A_f = A_0 (1 + \beta \Delta T)$$

Donde:

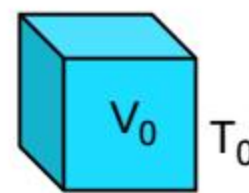
$\beta = 2\alpha$: Coeficiente de dilatación superficial

$$\beta = ^\circ\text{C}^{-1}, \text{K}^{-1}$$

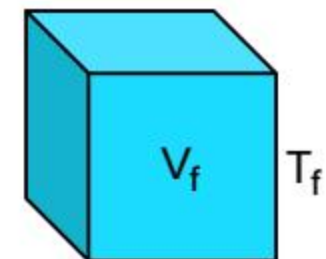
ΔT : Variación de temperatura en K

Dilatación volumétrica: Es el aumento de volumen por aumento de temperatura.

Estado inicial



Estado final



$$\Delta T = T_f - T_0 \Rightarrow \Delta V = \alpha V_0 \Delta T$$

Como:

$$V_f = V_0 + \Delta V \Rightarrow V_f = V_0 (1 + \gamma \Delta T)$$

Donde:

$\gamma = 3\alpha$: Coeficiente de dilatación volumétrica

$$\gamma = ^\circ\text{C}^{-1}; \text{K}^{-1}$$

ΔT : Variación de temperatura en K

Variación de la densidad con la temperatura

ρ_0 : Densidad inicial a temperatura "T"

ρ_f : Densidad final a temperatura "T + ΔT "

$$\rho_f = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \Delta T}$$

Propiedades:

a) La relación entre los coeficientes de dilatación es:

$$\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$$

b) En la mayoría de materiales se verifica:

$$10^{-5} < \alpha < 10^{-4} \quad (1/^\circ\text{C})$$

c) Los agujeros se dilatan o se contraen

Comportamiento anómalo del agua

El agua se contrae al calentarse de 0°C a 4°C .



Capítulo X:

Calorimetría

Definición:

Se encarga de estudiar todos los fenómenos en los que el agente principal de los cambios es el calor, la cual viene a ser una forma de energía que sólo existe en tránsito es decir es aquella forma de energía que viaja de un lugar de alta temperatura a otro de baja temperatura.

Cantidad de calor (Q):

Es la medida de energía en forma de calor que ingresa o sale de un cuerpo.

Unidades de calor:

El calor como toda energía se mide en joules (J), sin embargo también se puede medir en calorías (cal), kilocalorías (kcal).

Equivalencias:

1 caloría (cal) = 4,2 J

1 kilocaloría (kcal) = 1000 cal

Capacidad calorífica (C_C):

Es la cantidad de calor que absorbe cierta cantidad de masa para elevar su temperatura en 1 °C.

$$C_C = \frac{Q}{\Delta T} \quad \text{Unidades: } \frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}}; \frac{\text{J}}{^{\circ}\text{C}}$$

Capacidad calorífica molar (C)

$$C = \frac{k}{n} = \frac{Q}{n\Delta T}$$

Capacidad calorífica específica (C_e)

Se le llama también calor específico y viene a ser la cantidad de calor que se le debe

dar o extraer a la unidad de masa para aumentar o disminuir su temperatura en un grado.

$$C_e = \frac{Q}{m\Delta T} \quad \text{Unidades: } \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}}; \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}$$

Calor sensible (Q)

Es la cantidad de calor que el cuerpo utiliza para aumentar o disminuir su temperatura.

$$Q = mC_e\Delta T$$

Equilibrio Térmico

En toda mezcla de cuerpos a diferentes temperaturas se verifica que el calor que pierden los cuerpos calientes es igual al calor que ganan los cuerpos fríos.

Del principio de conservación de la energía, se cumple que el calor ganado por el cuerpo frío es igual al calor perdido por el cuerpo caliente.

$$Q_{(\text{ganado})} = -Q_{(\text{perdido})}$$

Equivalente en agua de un calorímetro

Es aquella cantidad de agua que absorbe o disipa la misma cantidad de calor, que un calorímetro con el mismo cambio de temperatura.

$$Q_{(\text{agua})} = Q_{(\text{calorímetro})}$$

$$m_e C_{e(\text{H}_2\text{O})} = m_{(\text{cal})} C_{e(\text{cal})}$$

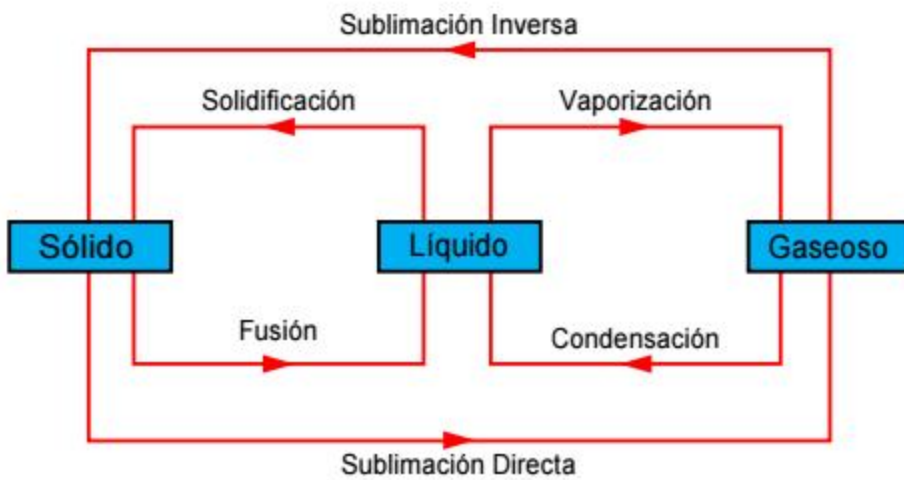
Calor específico del agua (H_2O)

$$C_e(\text{H}_2\text{O}) = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}$$

$$C_e(\text{hielo}) = 0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}$$

$$C_e(\text{vapor}) = 0,5 \frac{\text{cal}}{\text{g}^{\circ}\text{C}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}}$$

CAMBIO DE FASE



Calor Latente (L): Es aquella cantidad de calor necesario que se debe entregar o sustraer a una unidad de masa de una sustancia para que ésta pueda cambiar de fase.

$$L = \frac{Q}{m} \quad \text{Unidades: } \frac{\text{cal}}{\text{g}}; \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Cantidad de calor latente

$$Q = mL$$

Fusión – solidificación: $T = 0 \text{ }^\circ\text{C}$

Donde: $L = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 340 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Vaporización – condensación: $T = 100 \text{ }^\circ\text{C}$

Donde: $L = 540 \frac{\text{cal}}{\text{g}} = 2300 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

Punto Triple

Las condiciones naturales en las cuales coexisten las tres fases o estados del agua se da cuando: $p = 4,5 \text{ mmHg}$; $T = 0,01 \text{ }^\circ\text{C}$.

Propagación del calor

a) Por conducción

Cuando cruza las paredes de un cuerpo entre los que existe una diferencia de tem-

peraturas. El flujo calorífico (H) viene dado por:

$$H = \begin{cases} \frac{Q}{t} \\ k \cdot \frac{A(T_2 - T_1)}{L} \\ -k \cdot A \frac{dT}{dx} \end{cases}$$

b) Por convección

Cuando el calor se transporta por el movimiento de masas de un fluido.

c) Por radiación

Cuando el calor se propaga a través del vacío por medio de ondas electromagnéticas de alta frecuencia (rayos infrarrojos).

TEORÍA CINÉTICA DE LOS GASES

Concepto:

Es la teoría que mejor explica el comportamiento de los gases desde un punto de vista dinámico y atendiendo el nivel microscópico de los movimientos y su manifestación macroscópica a través de la presión y la temperatura.

Las moléculas de un gas siempre ocupan todo el volumen del recipiente que lo contiene.

Masa Molecular

Se define como el número de veces que la masa de una molécula contiene a la 1/12 parte de la masa de un átomo de carbono.

Masa Molar (M)

Es la masa molecular de una sustancia expresada en gramos.



Cantidad de Sustancia (n)

Si "m" es la masa de un cuerpo y "M" es su masa molar, se define: $n = \frac{m}{M}$

Número de Avogadro (N_A)

Es el número de moléculas que hay en cada "mol" de una sustancia cualquiera que esta sea. Si "N" es el número total de moléculas contenidas en "n" moles se cumple que:

$$N_A = \frac{N}{n} = 6,023 \times 10^{23} \text{ moléculas/mol}$$

Masa de una molécula (peso molecular)

$$m_m = \frac{M}{N_A} \quad (\text{kg/molécula})$$

Cantidad de moléculas por unidad de masa

$$n_m = \frac{N_A}{M} \quad (\text{molécula/kg})$$

Cantidad de moléculas por unidad de volumen

$$n_v = \frac{N}{V} = \frac{N_A}{M} d \quad (\text{moléculas/m}^3)$$

Condiciones normales (C.N.)

Es el estado en el cual la presión atmosférica que soporta una sustancia es $p = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$ ó 760 mmHg y su temperatura es $T = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ ó 273 K .

Presión Atmosférica o Barométrica

Es la presión que ejerce la atmósfera sobre la superficie de la Tierra.

Su valor a nivel del mar es: 1 Atmósfera

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

$$1 \text{ atm} = 1033 \text{ } \bar{\text{g}}/\text{cm}^2$$

$$1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$$

Velocidad cuadrática media

$$v_c^2 = \begin{cases} \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots + v_n^2}{N} \\ v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \end{cases}$$

$$v_x^2 = v_y^2 = v_z^2; \quad v_x^2 = \frac{1}{3} v_c^2$$

Presión del gas

$$p = \frac{1}{3} m_m \left(\frac{N}{V} \right) v_c^2 = \frac{1}{3} m_m n_v v_c^2$$

$$p_0 = \frac{1}{3} d_0 v_c^2 \quad (\text{A condiciones normales})$$

Constante Universal de los gases (R)

$$R = 8,31 \text{ J/mol.K}$$

Constante de Boltzman (k)

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Energía Cinética Molecular Promedio

$$E_{\text{cmp}} = \frac{1}{2} m_0 v_c^2 = \frac{1}{2} i k T$$

Donde "i" representa los grados de libertad del movimiento de la molécula y puede ser: 3, 5, 6, para gases monoatómicos, diatómicos o triatómicos respectivamente.

Energía interna (U)

$$U = \sum E = \frac{1}{2} i N k T = \frac{1}{2} i R T n = \frac{1}{2} i p V$$

Ecuación de Estado

$$pV = nRT$$

Ecuación General de Procesos

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = nR = \text{cte}$$

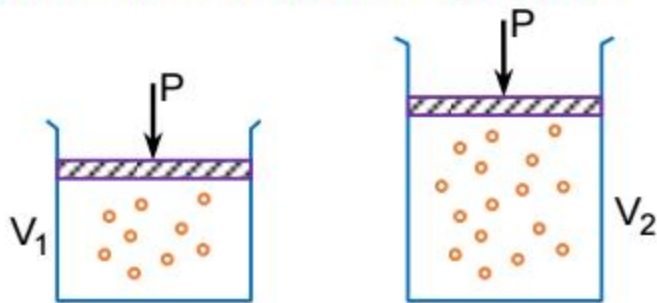
Capítulo XI:

Termodinámica

Definición:

Es la rama de la Física que estudia todas las transformaciones de la energía, pero especialmente el calor en trabajo y viceversa.

Trabajo realizado por un gas (W)



P: Presión que soporta un gas, cte.

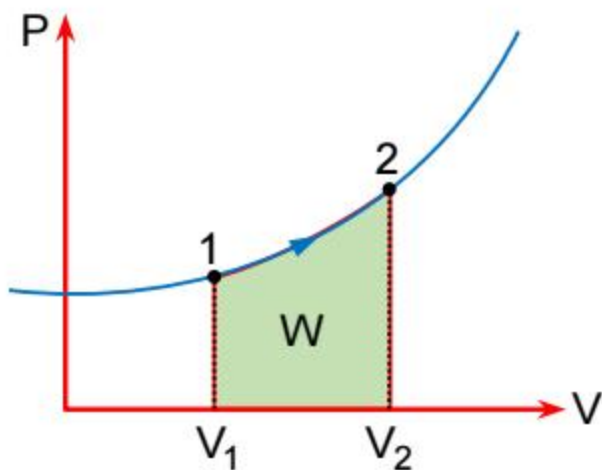
$$\Delta V = V_2 - V_1$$

$$W = p\Delta V$$

p : atm ΔV : litros

Unidades:

$$1 \text{ atm} \cdot \text{L} = 101,3 \text{ N} \cdot \text{m} = 101,3 \text{ J} = 24,15 \text{ cal}$$



$$W_{1-2} = \text{Área}$$

Primera Ley de la Termodinámica

“La cantidad de calor entregado o sustraído a un sistema es igual al trabajo más el cambio de la energía interna.”

$$Q = W + \Delta U$$

- Q(+) : Calor entregado al sistema
- Q(-) : Calor liberado por sistema
- W(+) : Trabajo realizado por sistema
- W(-) : Trabajo realizado sobre el sistema
- $\Delta U(+)$: Aumenta la temperatura del sistema
- $\Delta U(-)$: Disminuye la temperatura del sistema

Capacidad calorífica molar a volumen constante (C_V)

$$C_V = \frac{Q}{n\Delta T} \quad \text{Unidades: } \frac{\text{J}}{\text{mol}^\circ\text{K}}; \frac{\text{cal}}{\text{mol}^\circ\text{C}}$$

Cantidad de calor entregado al sistema

$$Q = nC_V\Delta T$$

Como el volumen es constante ($W = 0$)

$$\Delta U = nC_V\Delta T$$

Capacidad calorífica molar a presión constante (C_P)

$$C_P = \frac{Q}{n\Delta T}$$

De donde se halla la relación:

$$C_P - C_V = R$$

Constante Universal de los gases ideales

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol}^\circ\text{K}}; \quad R = 2 \frac{\text{cal}}{\text{mol}^\circ\text{K}}$$

Relación entre C_P y C_V

$$\frac{C_P}{C_V} = \gamma$$

Para gases monoatómicos Helio, Argón, Neón, etc.

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

$$C_P = \frac{5}{2}R \text{ y } C_V = \frac{3}{2}R$$

Para gases monoatómicos Helio, Argón, Neón, etc.

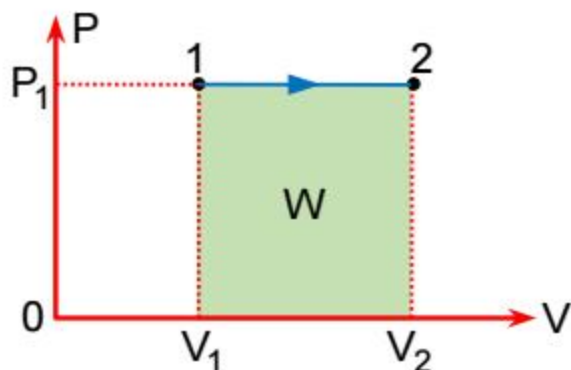
$$\gamma = \frac{7}{5}$$

$$C_P = \frac{7}{2}R \text{ y } C_V = \frac{5}{2}R$$

LEYES FUNDAMENTALES DE LOS GASES

1) Ley de Charles – Proceso Isóbarico (P = cte)

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

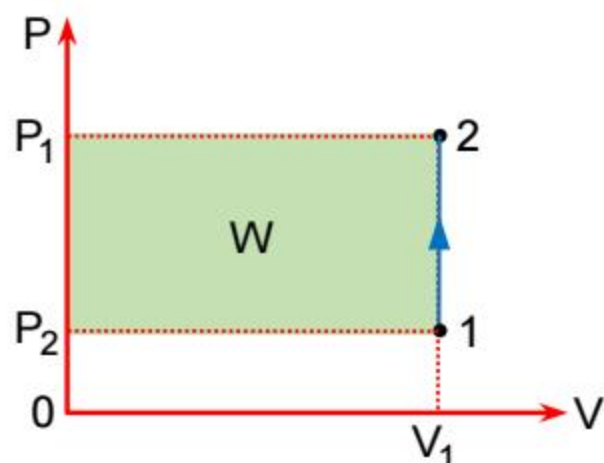


Trabajo: $W_{1 \rightarrow 2} = p\Delta V$

Diagrama P – V

2) Ley de Gay Lussac – Proceso Isocórico (V = cte)

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

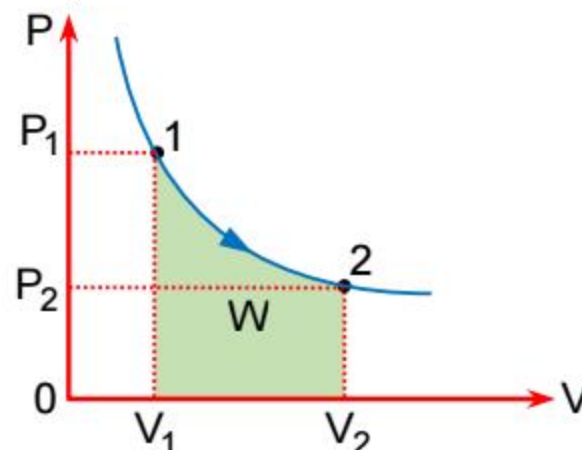


Trabajo: $W_{1 \rightarrow 2} = \text{Área} = 0$

Diagrama P – V

3) Ley de Boyle Mariotte – Proceso Iso-térmico (T = cte)

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$



Trabajo: $W_{1 \rightarrow 2} = nRT \ln \left[\frac{V_2}{V_1} \right]$

Diagrama P – V

4) Proceso Adiabático (Q = 0)
Se aprovecha la energía interna de la sustancia (gas ideal) para realizar trabajo.

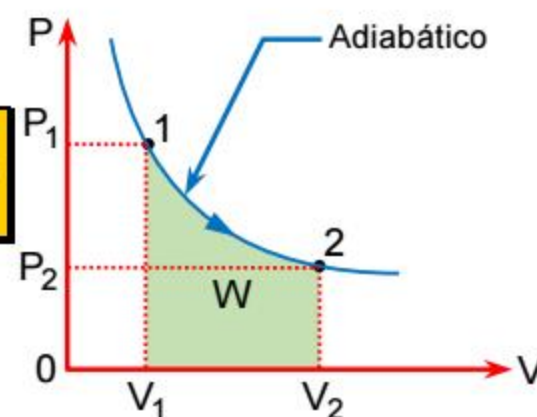
ECUACIÓN GENERAL DE LOS GASES

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

Trabajo:

$$W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \gamma}$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$



También: $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \quad \gamma > 1$

Capacidad calorífica molar a volumen constante

$$C = \frac{1}{2}iR$$

Capacidad calorífica molar a presión constante

$$C_p = \left(\frac{i+2}{2} \right) R$$

Segunda Ley de la Termodinámica

“Es imposible construir una máquina térmica capaz de convertir todo el calor que se le entrega en trabajo”

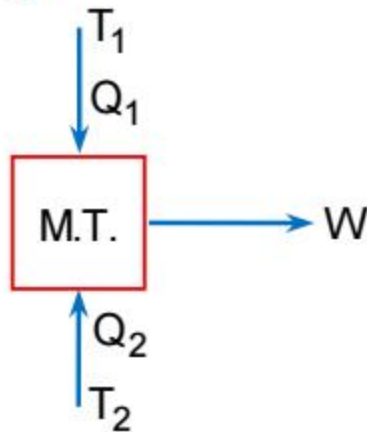
Equivalente mecánico del calor

$$1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal} \quad 1 \text{ cal} = 4,187 \text{ J}$$

Máquina Térmica (M.T.)

Es aquel dispositivo mecánico que transforma el calor que se le transfiere en trabajo.

Eficiencia (η)

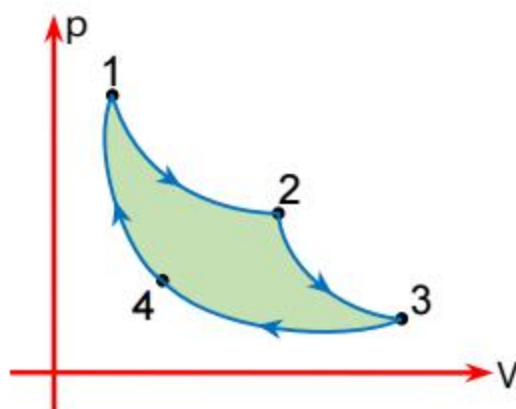


$$\eta = \frac{W}{Q} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} < 1$$

Ciclo de Carnot

Es el ciclo de máxima eficiencia, constituido por dos procesos isotérmicos y dos procesos adiabáticos.



Proceso 1 – 2 : Expansión isotérmica

Proceso 2 – 3 : Expansión adiabática

Proceso 3 – 4 : Compresión isotérmica

Proceso 4 – 1 : Compresión adiabática

Eficiencia máxima para el ciclo de Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

T_F : Temperatura del foco frío

T_C : Temperatura del foco caliente

Relación de Kelvin:

$$\frac{T_F}{T_C} = \frac{Q_F}{Q_C}$$

Entropía

Es la medida de la no disponibilidad de energía en un sistema termodinámico. En un proceso irreversible, tal como la pérdida de calor que tiene lugar en una máquina de vapor o de combustión interna, la entropía aumenta.

En un proceso reversible, la entropía del sistema aislado decrece, si se le comunica energía de una fuente externa. El aumento o disminución de la entropía está dado por la relación entre el calor y la temperatura (absoluta).

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

Entalpía (H)

Es la suma de la energía interna de la materia y el producto de su volumen multiplicado por la presión

$$H = U + PV$$

Capítulo XII:**Electrostática**

Definición: Es la rama de la Física que estudia todos los fenómenos en los que las cargas eléctricas son los agentes principales de los cambios pero en los que aquellas se mantienen en estado de reposo.

Carga eléctrica (q)

Es aquella propiedad que presentan los cuerpos de poseer un exceso o defecto de electrones el que consiste en atraer objetos livianos. La carga es positiva si existe un defecto de electrones y es negativa si existe un exceso de electrones.

Un cuerpo se encuentra electrizado cuando contiene diferente cantidad de electrones y protones. En el caso contrario se dice que está eléctricamente neutro.

Cuantificación de la carga eléctrica

Toda carga será siempre un múltiplo entero de la carga del electrón dado que este posee la mínima cantidad de carga por tal motivo se le considera la unidad natural de carga eléctrica.

$$n = \frac{Q}{e}; e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

El Coulomb (C) es la unidad de carga eléctrica y equivale a $6,25 \times 10^{18} e$.

Principio de la Conservación de la Carga Eléctrica

La carga eléctrica total durante un fenómeno eléctrico no se altera, es decir no aumenta ni disminuye, sólo se distribuye o cambia de lugar. En todo proceso de trans-

ferencia de electrones entre los cuerpos, la cantidad de carga del sistema se conserva, es decir, la suma de cantidades de carga al inicio y al final son iguales.

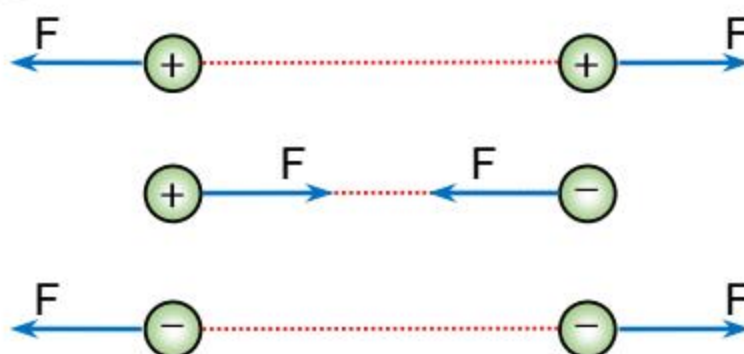
$$\sum Q_{\text{inicio}} = \sum Q_{\text{final}}$$

Electroscopio

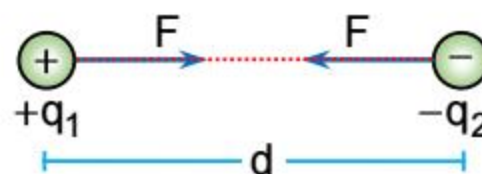
Es un dispositivo que permite verificar si un cuerpo está electrizado o no.

Interacción de cargas**a) Ley Cualitativa o Primera Ley de la Electrostatica**

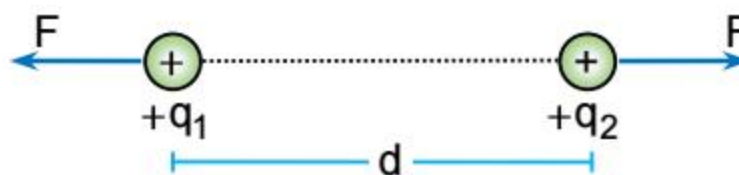
“Las cargas del mismo signo se repelen y cargas eléctricas de signos diferentes se atraen.”

**b) Ley Cuantitativa o Segunda Ley de Coulomb**

Se atraen:



Se repelen:



Dos cuerpos cargados se atraen o repelen con fuerzas de igual intensidad pero de

direcciones opuestas y cuyo valor es directamente proporcional con el producto de las cargas pero inversamente proporcional con la distancia que las separa.

$$F = K_e \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad \text{Ley de Coulomb}$$

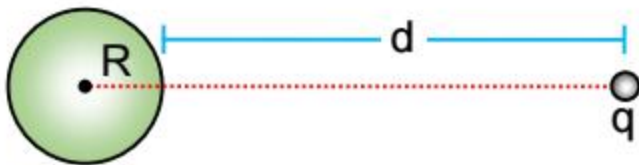
Donde: $K_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}$

Vacío: $K_e = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

$$K_e = 1 \text{ dina cm}^2/\text{stc}^2$$

"ε" es la permitividad eléctrica relativa del medio o constante dieléctrica.

Carga Puntual y Esfera Conductor



$$F = K_e \frac{q^2 R/d}{(d+x)^2} \quad x = \frac{R^2}{d}$$

$$F = K \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

Donde:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

$$1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$$

F : Fuerza de atracción o repulsión

q_1, q_2 : Cargas eléctricas

d : Distancia entre los centros de masa

k : Constante

ϵ_0 : Coeficiente de permitividad

Unidades: q: Coulomb

F : Newton

d : metro

$$K : 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

CAMPO ELÉCTRICO

Definición:

Es la región que rodea a toda carga eléctrica y que posee propiedades especiales que le permite transmitir las interacciones entre cargas eléctricas.

Tenga presente que a todo cuerpo electrizado en reposo se le asocia un campo eléctrico (denominado campo electrostático).

Intensidad de Campo Eléctrico (\vec{E})

Es una magnitud física vectorial, que sirve para describir el campo eléctrico. Se define la intensidad del campo eléctrico en un punto de él, como la fuerza que recibiría la unidad de carga eléctrica puntual y positiva colocada en dicho lugar.

La cantidad de carga (q) de la carga de prueba debe ser pequeña ($q \ll Q$) de tal manera que su campo eléctrico no distorsione el campo eléctrico.

Donde: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ Unidades: $\frac{\text{N}}{\text{C}}$

Cuando $q(+)$: $\vec{E} \uparrow \uparrow$

Fuerza del campo (\vec{F}): $F = q\vec{E}$

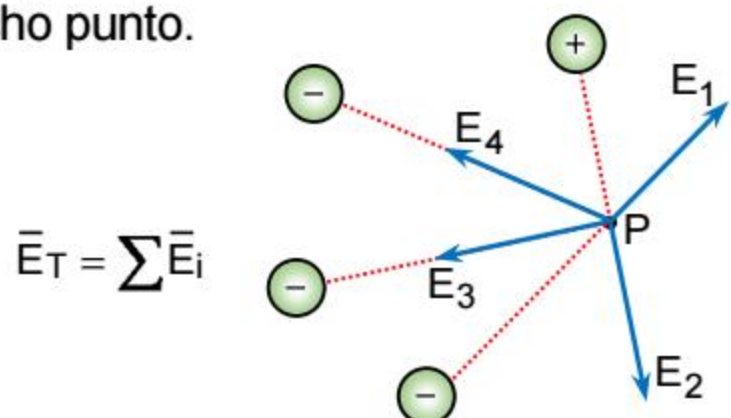
Campo creado por una carga puntual



$$E = K \frac{Q}{d^2} \text{ no se considera el signo de } Q$$

Principio de superposición

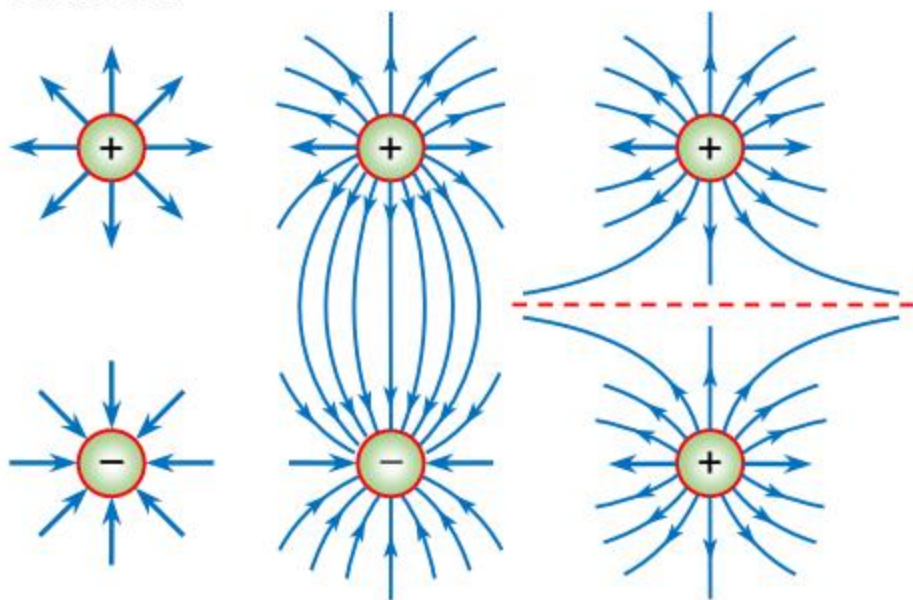
El campo en un punto debido a varias cargas se obtiene sumando vectorialmente los campos que cada una de éstas crean en dicho punto.



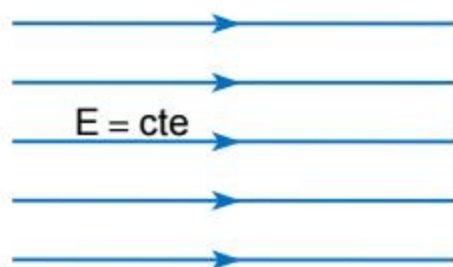
$$\vec{E}_T = \sum \vec{E}_i$$

Líneas de Fuerza

Son figuras imaginarias que permiten representar gráficamente al campo eléctrico. Convencionalmente las líneas de fuerza salen de las cargas positivas e ingresan a las cargas negativas y nunca se cortan entre sí.



Campo Uniforme



Las líneas de fuerza son líneas continuas, que empiezan en los cuerpos electrizados positivos y terminan en los negativos. Las líneas de fuerza no son cerradas para los campos electrostáticos.

Cuanto más juntas estén las líneas de fuerza mayor será el valor de \vec{E}
Las líneas de fuerza no se cortan

Esfera conductora cargada

Las cargas se distribuyen uniformemente sobre la superficie externa.

$$E_{\text{sup}} = k_e \frac{Q}{R^2} \quad E_{\text{int}} = 0$$

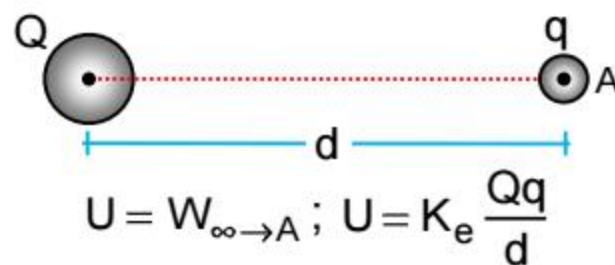
POTENCIAL ELÉCTRICO

Definición

Es la característica escalar del campo eléctrico que para cada punto de él lleva asociado un nivel de energía característico.

Energía Potencial Eléctrica (U)

Es la energía que almacena un sistema de cargas debido a las distintas fuerzas electrostáticas que existen entre ellas. Se define como el trabajo que debe realizar un agente externo para constituir dicho sistema.



(Para dos cargas puntuales)

En el cálculo de la energía potencial eléctrica se debe considerar el signo de la cantidad de carga de las partículas.

Potencial eléctrico absoluto (V)

Magnitud Escalar que para un punto (A) del campo se define como el trabajo ($W_{\infty \to A}$) que debe realizar un agente externo para trasladar una carga (q) puntual y positiva desde el infinito hasta dicho punto.



$$V_A = \frac{W_{\infty \rightarrow A}}{q}$$

$$V(\text{voltio}) = \frac{\text{Joule (J)}}{\text{Coulomb (C)}} \quad 1 \text{ voltio} = 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

Para una carga puntual:

$$V_A = k_e \frac{Q}{d}$$

Significa; El potencial creado por una carga puntual "Q" a una distancia "d".

Principio de superposición

El potencial total de un punto en un campo se obtiene sumando los potenciales que cada carga produce de manera independiente en dicho punto.

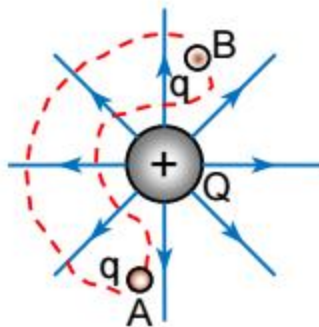
$$V_T = \sum V_i$$

Diferencia de Potencial Eléctrico

Dos puntos ubicados en un mismo campo presentarán una diferencia de potencial si para trasladar una carga de prueba de uno de estos puntos hasta el otro se necesita realizar un determinado trabajo.

$$V_{AB} = V_B - V_A \quad V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q}$$

Además: Si A está en el infinito: $V_A = 0$



$$V_{AB} = V_B - V_A = \frac{W_{\infty \rightarrow A}}{q}$$

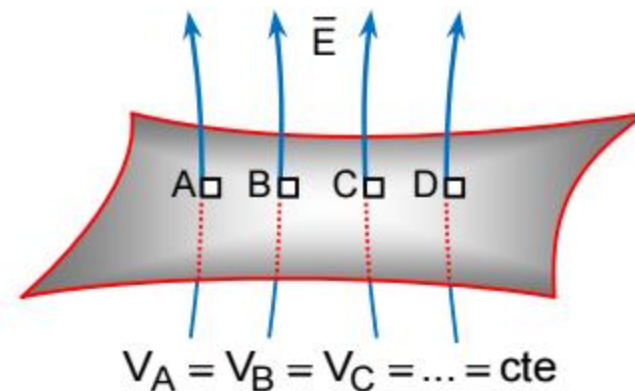
Donde $W_{\infty \rightarrow A}$ es el trabajo realizado por un agente externo. Es el trabajo que hay

que realizar sobre la carga q^* para llevarla de un punto A a un punto B dentro de un campo eléctrico.

El trabajo para llevar una carga de una posición a otra dentro de un campo eléctrico no depende de la trayectoria sino sólo del potencial final y potencial inicial.

Superficies Equipotenciales

Son aquellas formadas por un conjunto de puntos que poseen el mismo potencial eléctrico, verificándose que son siempre perpendiculares a las líneas de fuerza del campo eléctrico.



Esfera conductora

Cuando una esfera conductora se electriza, el potencial eléctrico en su interior es uniforme y del mismo valor que el que presenta en su superficie externa, convirtiéndose de este modo en un volumen equipotencial.

a) Aislada y cargada

$$V_{\text{int}} = V_{\text{sup}} = k_e \frac{Q}{R}$$

b) Dentro de un campo

Cuando una esfera cargada se instala en un campo el potencial eléctrico en su centro viene dado por la suma de dos potenciales. El propio y el que posee el punto en dicho campo.



$$V_{\text{sup}} = k_e \frac{Q}{R} + V_{\text{región ocupada}}$$

Entre dos esferas

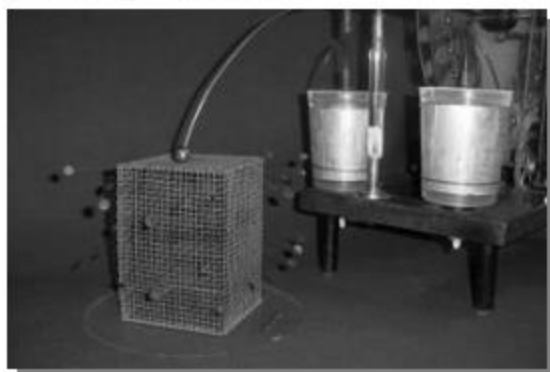
El potencial que posee cada esfera conductora cargada viene dado por el potencial propio más el potencial inducido por la segunda esfera sobre la primera y viceversa.

$$V_1 = k_e \frac{Q_1}{R_1} + k_e \frac{Q_2}{R_1 + d + R_2}$$

$$V_2 = k_e \frac{Q_2}{R_2} + k_e \frac{Q_1}{R_1 + d + R_2}$$

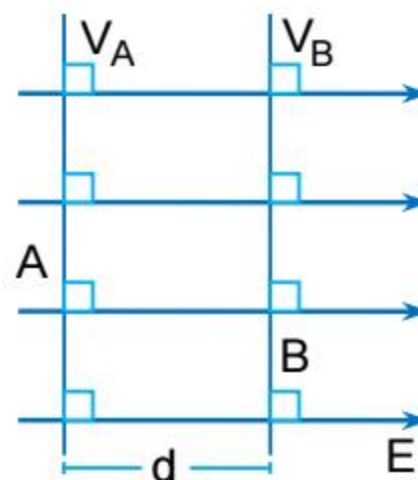
Jaula de Faraday

Consiste en una pequeña jaula de metal con materiales conductores livianos suspendidos tanto por fuera como por dentro, el cual se carga utilizando un generador electrostático. En la ilustración se puede observar cómo los conductores que se encuentran dentro de la jaula no sufren efecto alguno, mientras que los que se encuentran en la parte externa son cargados y luego repelidos.



Todo cuerpo conductor cargado que toque el interior de una cavidad conductora se descargará por completo.

Relación entre Potencial y Campo Eléctrico



$$V_B - V_A = V_{BA} = Ed$$

Trabajo eléctrico

$$W_{AB} = q(V_B - V_A)$$

$$W_{A \rightarrow B} = -W_{B \rightarrow A}$$

CAPACIDAD ELÉCTRICA

Definición:

Propiedad de los conductores que define el comportamiento de su potencial ante una ganancia o pérdida de carga eléctrica.

Capacidad de un conductor aislado

Se define como la cantidad de carga que posee por cada unidad de potencial que adquiere.

$$C = \frac{Q}{V}$$

Unidades: Faradio(F) = $\frac{\text{Coulomb(C)}}{\text{Voltio(V)}}$

C: Capacidad eléctrica

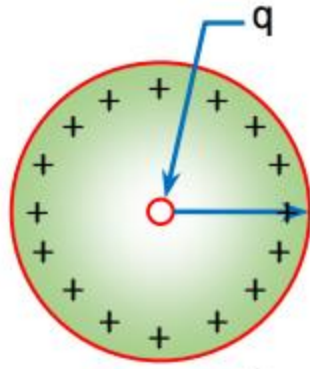
Q: Carga eléctrica

V: Potencial

Capacidad de una esfera conductora

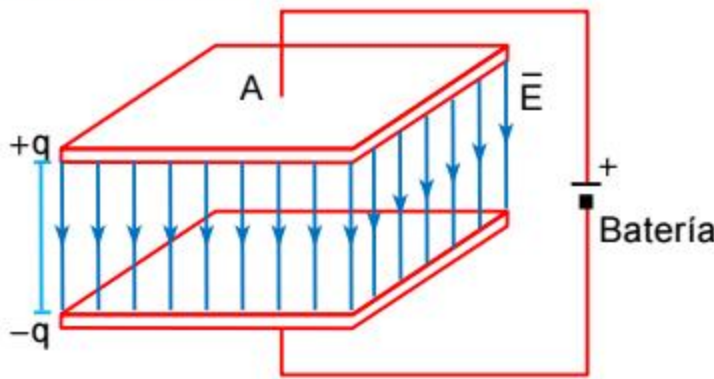
En general todos los conductores tienen una capacidad que depende de su forma y para el caso de una esfera.

$$C = \frac{R}{k_e}$$



El potencial en la superficie: $V = K \frac{q}{R}$

Capacidad de un condensador de placas planas y paralelas



C : Capacidad

A : Área (m²)

d : distancia (D)

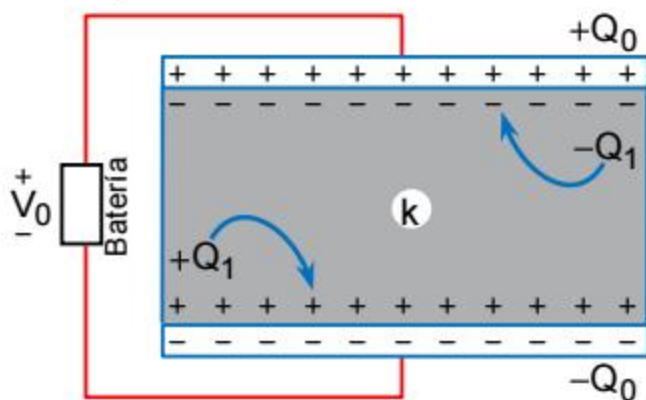
ϵ_0 : Permitividad eléctrica en el vacío

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}; \text{ Donde: } \epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$V = Ed \quad \text{Unidad: voltios}$$

Condensadores con dieléctrico

Al introducir un material dieléctrico (aislante) entre las placas de un condensador se provocará la aparición de cargas inducidas en dicho material que disminuirán la carga neta del condensador de manera que éste pueda aumentar aún más su carga y por ende su capacidad.



$$C = \epsilon_0 K \frac{A}{d}; K \geq 1 (\text{Constante del dieléctrico})$$

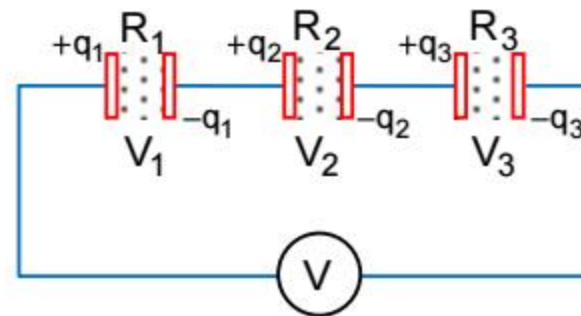
Energía de un condensador (U)

Al cargar eléctricamente a un condensador, se realizará un trabajo sobre él, que lo almacenará el sistema bajo la forma de un campo eléctrico; el cual poseerá una energía almacenada que viene dada por:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

Asociación de Condensadores

En serie: Dos o más condensadores se encuentran acopladas en serie si todos ellos forman una sola rama (camino), verificándose las siguientes propiedades:



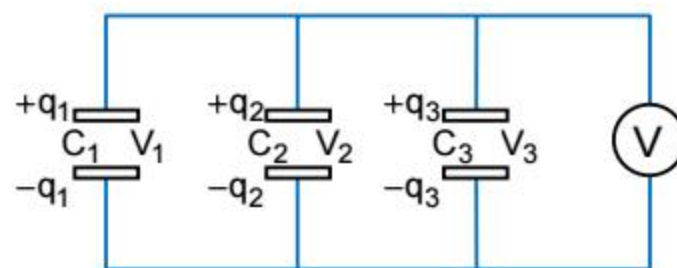
1) $V = V_1 + V_2 + V_3$

2) $q = q_1 = q_2 = q_3$

3) $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

C_{eq} es aquel único condensador capaz de reemplazar a un grupo de condensadores, acumulando la misma cantidad de energía.

En paralelo: Cuando se conectan en paralelo, todos ellos están sometidos a la misma diferencia de potencial "V".



- 1) $V = V_1 = V_2 = V_3$
- 2) $q = q_1 + q_2 + q_3$
- 3) $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$

Siempre se cumple:

$$(C_{eq})_{serie} < (C_{eq})_{paralelo}$$

Casos especiales:

Dos condensadores en paralelo:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

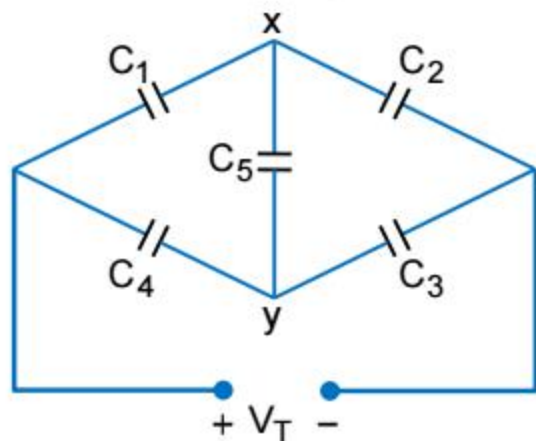
"n" condensadores iguales: $C_{eq} = \frac{C}{n}$

Puente de Wheatstone

Es aquel sistema formado por cinco condensadores, de manera que se verifica la igualdad:

$$C_1 \cdot C_4 = C_2 \cdot C_3$$

Observe que el quinto condensador (C_5) queda totalmente descargado. Como si se anulara.



Teorema de la trayectoria

Cuando una carga de prueba (positiva) recorre una rama de un circuito capacitivo, se dice que su potencial (V) experimenta un aumento al pasar de un polo negativo a otro positivo y experimenta una disminución cuando pasa de un polo positivo a otro negativo.

$$V_a + \sum \varepsilon + \sum \frac{Q}{C} = V_b$$

Capítulo XIII:

Electrodinámica

Definición:

Es la rama de la Física que estudia todos los fenómenos en donde participan las cargas eléctricas en estado de movimiento.

Corriente Eléctrica

Llamamos así al movimiento de las cargas eléctricas por el interior de un medio conductor. El sentido convencional de movimiento será el que tienen las cargas si suponemos que todas ellas son positivas

Intensidad de corriente eléctrica (I)

Es la cantidad de carga (q) que atraviesa la sección recta de un conductor por unidad de tiempo.

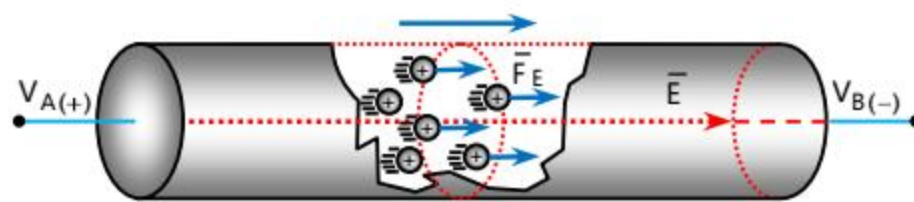
$$I = \frac{q}{t}$$

Unidades:

$$\text{Ampere(A)} = \frac{\text{Coulomb(C)}}{\text{Segundo(s)}}$$

Sentido de la corriente eléctrica

Por convención, el sentido de la corriente eléctrica está dada por el sentido de la velocidad de los portadores de iones positivos. Convencionalmente, el sentido de la corriente eléctrica es contrario al movimiento de los portadores de carga negativa.



"Note que en este caso consideramos que el flujo es de portadores de carga (+) contrario al movimiento de los electrones"

Fuerza Electromotriz (ϵ)

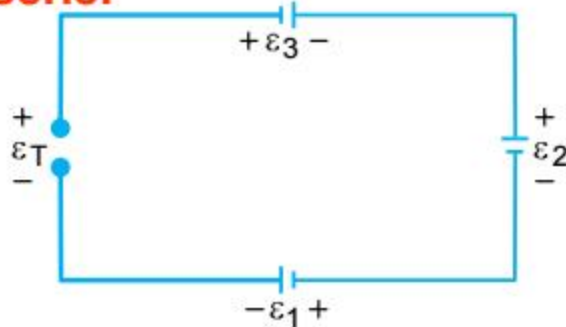
Es la energía que bajo la forma de trabajo realiza una fuente de tensión para hacer que una carga positiva se ponga en circulación en un determinado circuito.

$$\epsilon = \frac{W}{q}$$

Unidades: Voltio(V) = $\frac{\text{Joule(J)}}{\text{Coulomb(C)}}$

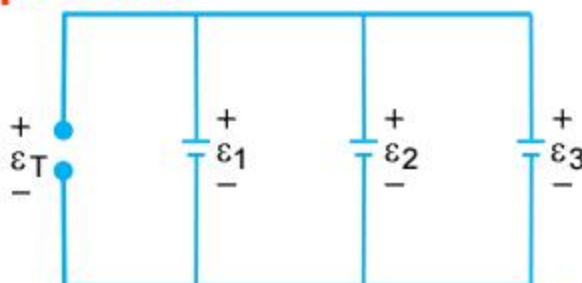
Asociación de F.E.M.

a) En serie:



$$\epsilon_T = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \dots + \epsilon_n$$

b) En paralelo:



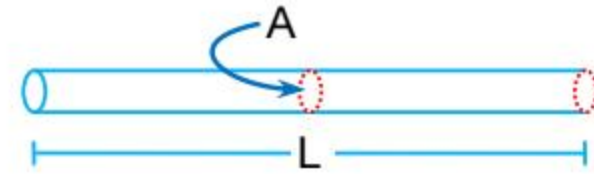
$$\epsilon_T = \epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \dots = \epsilon_n$$

Resistencia Eléctrica (R)

Es el grado de oposición que ofrece un cuerpo conductor al paso de las cargas eléctricas. Es el grado de dificultad que ofrece dicho cuerpo al paso de las cargas eléctricas a través de su masa.

Ley de Poulliet

La resistencia eléctrica de un conductor sólido es directamente proporcional con su longitud e inversamente proporcional con el área de su sección recta.



$$R \propto \frac{L}{A} \Rightarrow R = \rho \frac{L}{A}$$

Unidades de R : Ohmio(Ω)

ρ : resistividad eléctrica cuyo valor depende del material.

Unidades: L : metro (m)

A : metro cuadrado (m^2)

r : ohmio metro ($\Omega \cdot m$)

R : ohmio (Ω)

Conductancia (σ)

Es la característica del material que nos indica su grado de facilidad para el transporte de las cargas eléctricas y viene dado por:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Variación de la resistencia con la temperatura

$$R_f = R_0 [1 + \alpha'(T_f - T_0)]$$

$$\alpha' = \frac{1}{T_0 - T}$$

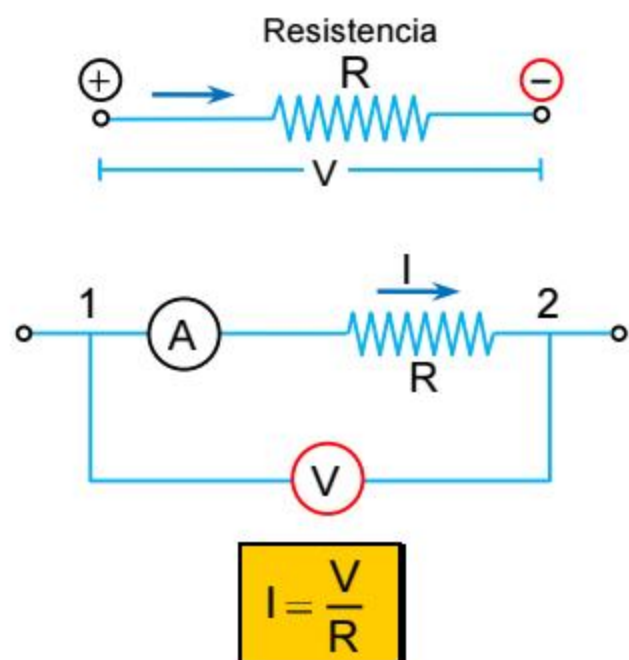
T : Temperatura cero inferido

Superconductividad cuando $T_f = T$

LEY DE OHM

Cuando en los extremos de un conductor existe una diferencia de potencia, entonces fluirá una corriente del polo de alto potencial hacia el polo de bajo potencial y cuya intensidad será directamente proporcional con la diferencia de potencial pero inver-

samente proporcional a la resistencia del conductor.



Unidades: Ampere(A) = $\frac{\text{Voltio(V)}}{\text{Ohmio}(\Omega)}$

Trabajo o energía eléctrica

Es el trabajo que se requiere para mover una carga a través de una diferencia de potencial.

Efecto Joule:

La experiencia demuestra que al pasar una corriente por un conductor o resistencia, la temperatura de éste aumenta, es decir, se calienta y disipa calor. Por lo tanto, la corriente eléctrica se transforma en otro tipo de energía como energía lumínica, energía luminosa, energía mecánica, trabajo, etc.

$$W = VIt = I^2Rt = \frac{V^2}{R}t$$

Potencia Eléctrica

Es la rapidez con la que la corriente eléctrica se convierte en otro tipo de energía.

$$P_e = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

Teorema de la Trayectoria

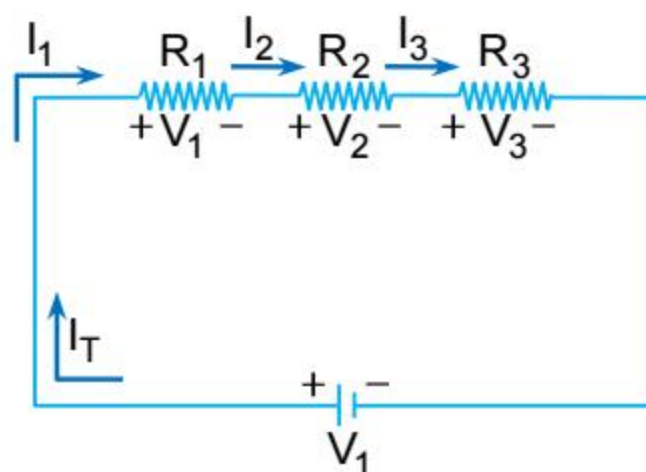
Cuando una corriente recorre una rama de un circuito resistivo, se dice que su potencial aumenta al pasar de un polo negativo a un polo positivo y experimenta una disminución cuando pasa de un polo positivo a otro negativo.

$$V_a + \sum \varepsilon + \sum IR = V_b$$

Asociación de Resistencias

A) En serie:

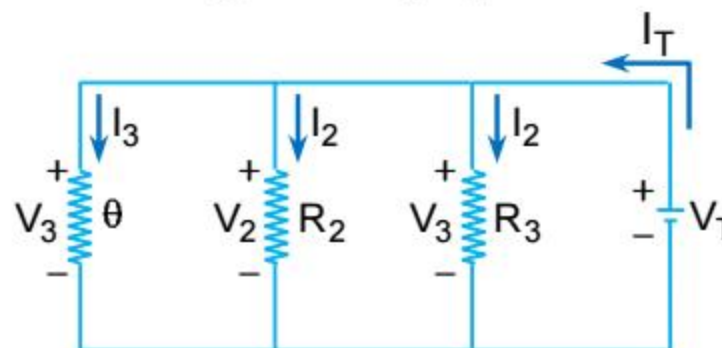
Dos o más resistencias se encuentran en serie si ellas forman un solo camino para la corriente. En este tipo de acoplamiento se verifican las siguientes propiedades:



- 1) $I = I_1 = I_2 = I_3$
- 2) $V_T = V_1 + V_2 + V_3$
- 3) $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$

B) En paralelo:

Dos o más resistencias se encontrarán conectadas en paralelo si sus bornes se encuentran unidos a un mismo polo, verificándose las siguientes propiedades:



- 1) $I_T = I_1 + I_2 + I_3$
- 2) $V_T = V_1 = V_2 = V_3$
- 3) $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

C) Casos especiales

Dos en paralelo: $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

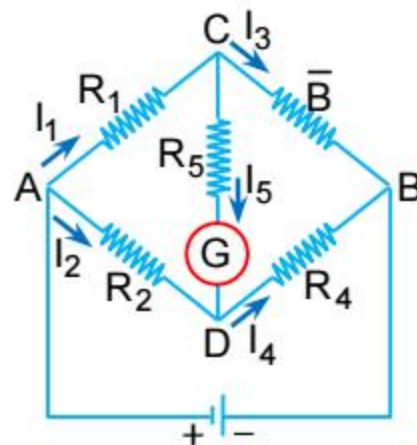
"n" resistencias iguales en paralelo:

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

Puente de Weathstone

Si el galvanómetro indica cero, es decir $I_5 = 0$, con lo que se verificará que $V_C = V_D$ y se cumple:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3$$



Aparatos de Medida

a) Amperímetro

Sirve para medir el peso y cantidad de una corriente, instalándose en serie con la rama. Si es ideal, se cumplirá que: $R_{int} \rightarrow 0$

b) Voltímetro

Sirve para medir la diferencia de potencial (tensión) entre dos puntos de un circuito y se instala en paralelo con la resistencia o la rama. Si es ideal se verifica que:

$$R_{int} \rightarrow \infty$$

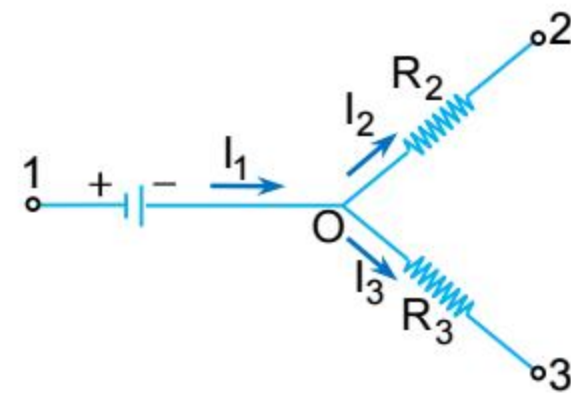
c) Ohmiómetro

Sirve para medir la resistencia de un elemento y se instala en serie con él. Generalmente se compone de una fuente de tensión un galvanómetro y una resistencia conocida: R_{shunt}

LEYES DE KIRCHOFF

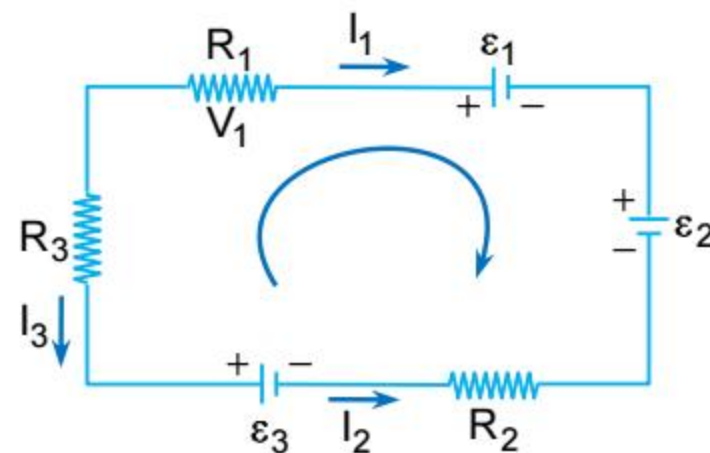
Son reglas útiles para resolver circuitos eléctricos con más de una red o malla, desarrolladas por el físico alemán Gustav Robert Kirchoff.

Ley de los nudos o de las corrientes.- La corriente total que llega a un nudo es igual a la corriente total que sale de ella.



$$I_1 = I_2 + I_3$$

Ley de mallas o de voltajes.- La suma de los voltajes en todo el circuito es igual a cero.



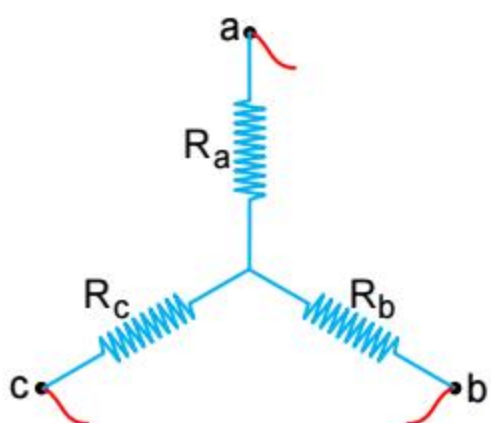
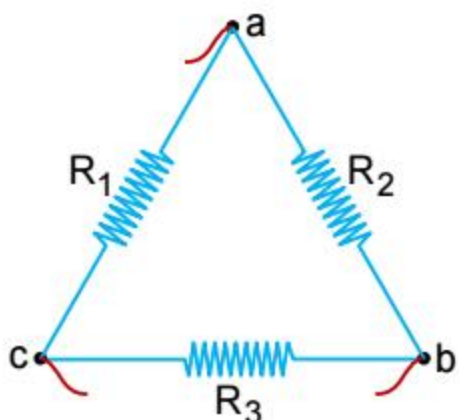
$$I_1 R_1 - \epsilon_1 + \epsilon_2 - I_2 R_2 - \epsilon_3 - I_3 R_3 = 0$$

En el circuito mostrado, se cumple:

$$\sum V = 0 \quad \sum \text{fem} = IR$$

$$\sum V = \sum IR$$

Asociaciones Especiales



Transformación Delta – Estrella y Vice-versa ($\Delta \rightarrow Y, Y \rightarrow \Delta$)

$$\begin{cases} R_a = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_b = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \\ R_c = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_b} \\ R_2 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_c} \\ R_3 = \frac{R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c}{R_a} \end{cases}$$

Capítulo XIV:

Magnetismo

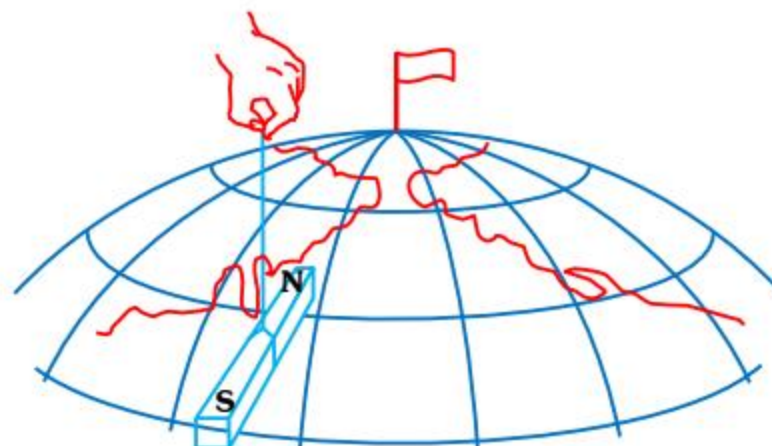
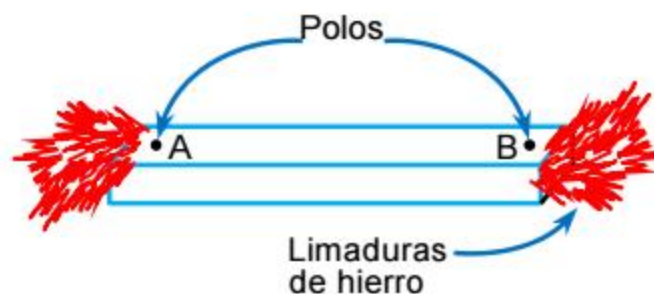
El magnetismo es una fuerza con la que ciertos cuerpos llamados “imanes” atraen limaduras de hierro.

Las primeras observaciones de las propiedades magnéticas fueron realizadas por los griegos, en una ciudad del Asia Menor, llamada Magnesia, de allí su nombre. Se encontró que algunas “piedras” atraían trozos de hierro, estas piedras están constituidas por un óxido de hierro (Magnetita) y se las llamó imanes “naturales”.

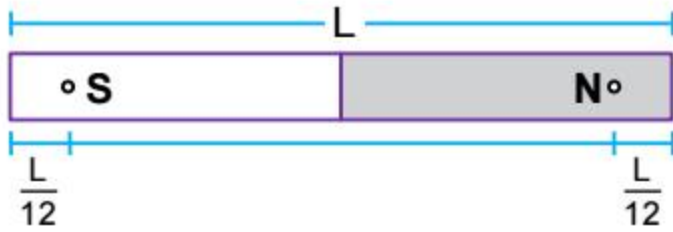
Se observó también que algunos cuerpos colocados cerca de un imán adquiriría sus mismas propiedades, de este modo fue posible obtener imanes no naturales o artificiales de diferentes formas y tamaños.

Polos magnéticos

Si una pequeña barra magnética es colocada entre limaduras de hierro, las limaduras se adhieren en grupos alrededor de los extremos de la barra magnética.



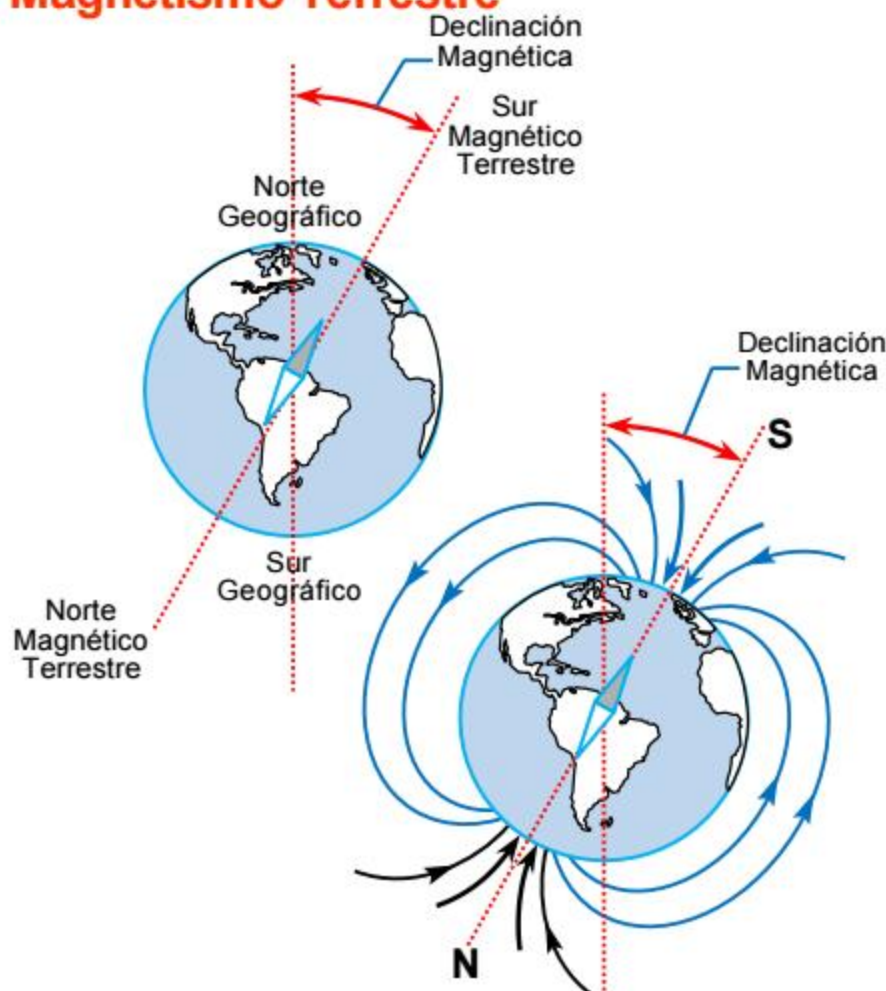
El polo del imán que apunta hacia el Norte geográfico es llamado polo Norte del imán. El polo del imán que apunta hacia el Sur geográfico es llamado polo Sur del imán. Par un imán barra, los polos Norte y Sur se ubican aun doceavo de la longitud del imán, medido desde un extremo del imán.



Si el polo Norte de un magneto es colocado cerca del polo Norte de otro imán suspendido, el movimiento de este segundo magneto muestra que hay una repulsión entre estos dos polos, luego: "Polos del mismo nombre se repelen"
Pero cuando al polo Sur del magneto suspendido se le acerca el polo norte de otro imán observamos que hay una atracción entre estos dos polos, luego:

"Polos de diferente nombre se atraen".

Magnetismo Terrestre



Leyes del Magnetismo

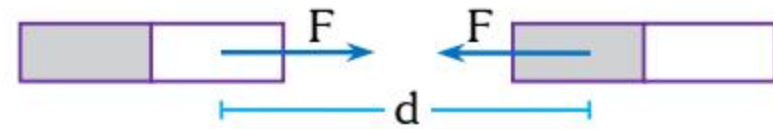
1. Ley Cualitativa

Dos polos magnéticos de la misma naturaleza se repelen y los de naturaleza distinta se atraen.

2. Ley Cuantitativa

Dos cargas magnéticas se atraen o se repelen con fuerzas de igual intensidad pero de direcciones contrarias cuyo valor es directamente proporcional con el producto de las cargas e inversamente proporcional con el cuadro de la distancia que los separa.

$$F = K \frac{Qq}{d^2} \text{ Ley de Coulomb}$$



- F : Fuerza de atracción o repulsión magnética
- Q, q : Cargas magnéticas
- d : Distancia de separación entre polos
- K : Constante de permeabilidad magnética

Donde: $K = \frac{\mu_0 \mu_T}{4\pi}$; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$

μ_0 : Permeabilidad magnética del vacío.

Unidades SI:

- q : A · m
- F : Newton
- d : m
- K : 10^{-7} N/m^2

Carga magnética (q)

Se denomina así a la magnitud que mide la cantidad de magnetismo que se concentran en los polos del imán, el cual si es de barra presenta el mismo valor absoluto en cada polo, se mide en:

Inducción magnética

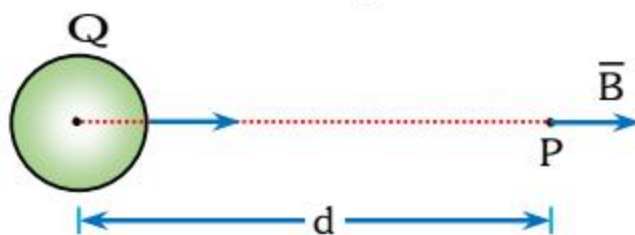
Muchos materiales semejantes al hierro y al acero son atraídos por los imanes, estos materiales se magnetizan por la presencia del imán, retirado el imán algunos de estos materiales pierden rápidamente el magnetismo mientras que otros materiales conservan por algún tiempo el magnetismo, a esto se conoce como "inducción magnética".

Campo Magnético

Es la región de espacio que rodea a todo polo magnético y que posee propiedades especiales que le permiten transmitir las interacciones magnéticas.

a) Intensidad de Campo (\vec{B})

La intensidad del campo en un punto de el se define como la fuerza que recibirá la unidad de carga magnética puntual y positiva colocada en dicho punto.



$$\vec{B} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Unidades: $\frac{N}{A \cdot m}$: Tesla

b) Campo creado por una carga puntual

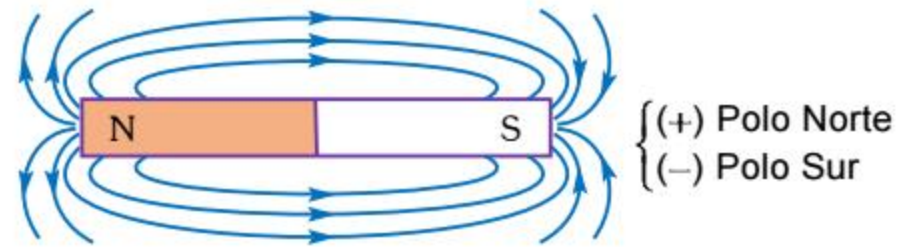
Cuando el polo magnético es una carga puntual se verifica que:

$$B = K \frac{Q}{d^2}$$

c) Líneas de Fuerza

Son líneas cerradas que salen de los polos norte e ingresan a los polos sur, de manera

que sí el campo es uniforme éstas serán paralelas y de la misma dirección.



{ (+) Polo Norte
{ (-) Polo Sur

Las líneas de campo magnético son continuas, cerradas y no se cruzan. Al igual que las líneas de fuerza de un campo eléctrico, cuando las líneas están más juntas entonces mayor es el campo magnético.

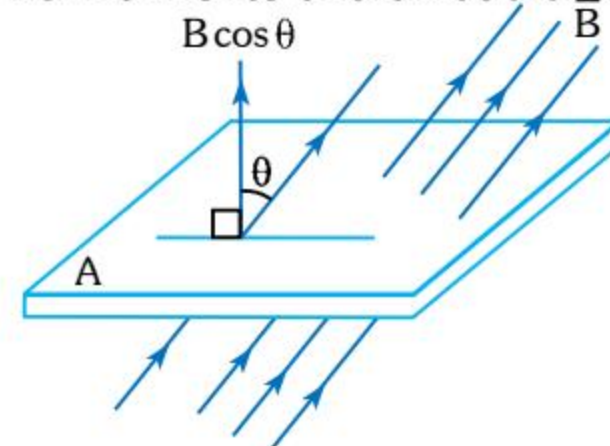
d) Principio de superposición

El campo magnético total en un punto viene dado por la suma vectorial por todos los campos que cada carga magnética produce en dicho punto:

$$\vec{B}_T = \sum \vec{B}$$

e) Flujo Magnético (ϕ_m)

Viene a ser el número de líneas que atraviesa normalmente una unidad de área.



$$\phi_m = BA \cos \theta \quad \text{Si: } \theta = 0^\circ \quad \phi = BA$$

Unidades: Weber = T · m²
Maxwell = Gaüss · m²

Equivalencias:

1 Tesla = 10⁴ Gaüss
1 Wb = 10⁸ Maxwell

Capítulo XV:

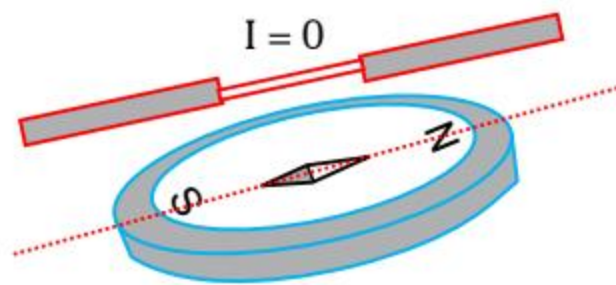
Electromagnetismo

Definición:

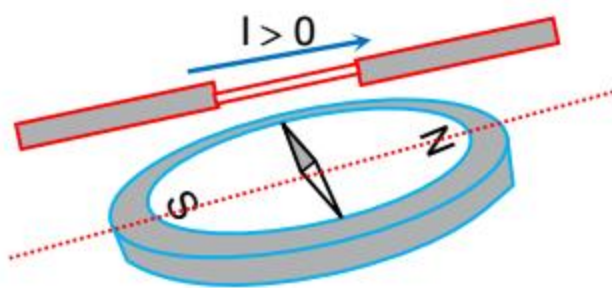
Es la rama de la Física que estudia todos los fenómenos en los que un movimiento eléctrico produce efectos magnéticos.

Descubrimiento de Oersted

Las cargas móviles crean campos magnéticos alrededor de su trayectoria. Las líneas de fuerza de estos campos envuelven a las corrientes con un sentido que obedece a la regla de la mano derecha o ley del tirabuzón.



La aguja se mantiene paralela al conductor, cuando por él no pasa corriente eléctrica.



Cuando hay corriente eléctrica en el conductor, la aguja se desvía hasta colocarse perpendicular al conductor.

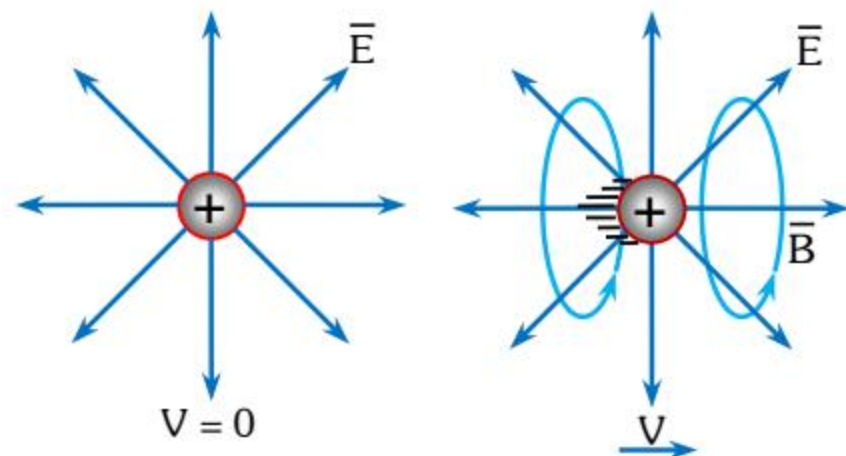
Explicación: Cuando la corriente eléctrica pasa por el conductor la aguja vuelve a su posición inicial, esto indica que el conductor con corriente y la aguja magnética interactúan.

Conclusión:

“Todo conductor por el que fluye corriente eléctrica tiene asociado en su alrededor un campo magnético rotacional y concéntrico al conductor”

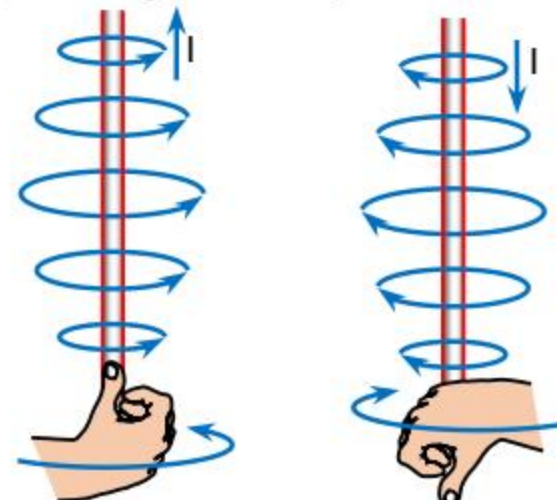
El campo magnético alrededor del conductor se debe al movimiento orientado de los portadores de carga, libres en el conductor.

Cuando un portador de carga está en reposo tiene asociado un campo eléctrico pero cuando se pone en movimiento tiene asociado un campo eléctrico-magnético.



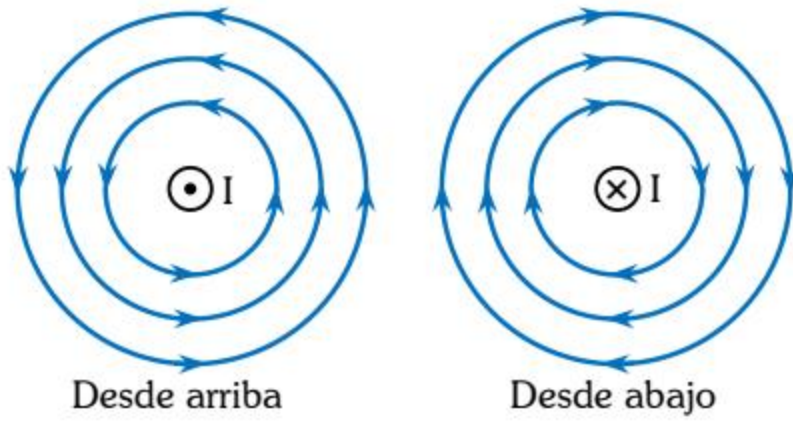
Campo magnético asociado a un conductor con corriente eléctrica

Si esparcimos limaduras de hierro en las cercanías de un conductor con corriente, estas limaduras se alinean describiendo circunferencias concéntricas alrededor del conductor, a esto se conoce como las líneas de fuerza del campo magnético asociado al conductor, análogo al campo de un magneto.



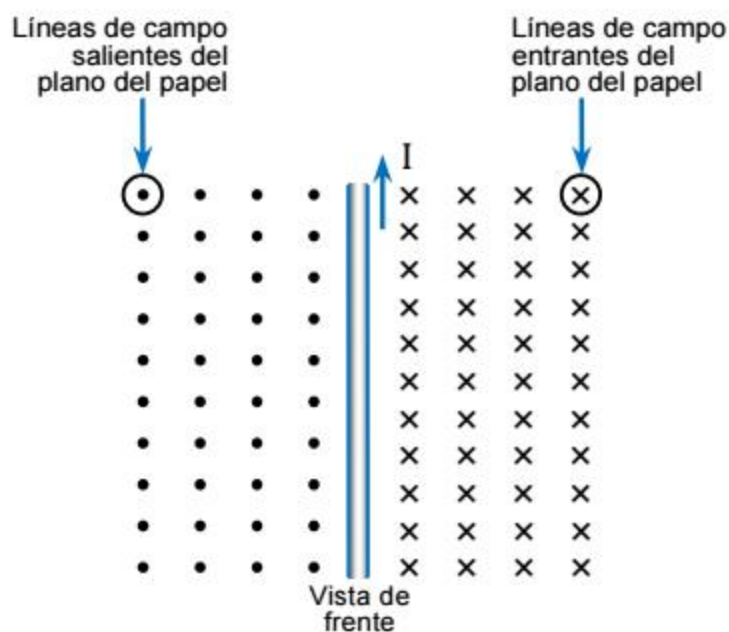
Giro de los dedos al cerrar la mano

a) Visual colineal al conductor



- ⊗ I : Corriente entrante al plano del papel
- ⊙ I : Corriente saliente del plano del papel

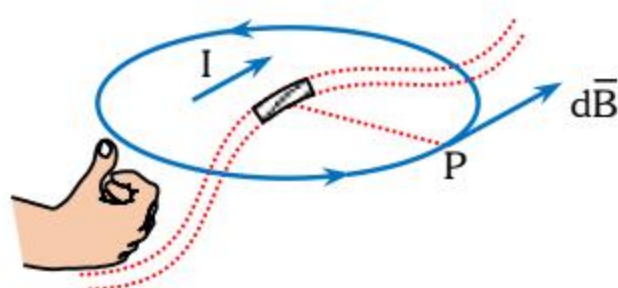
b) Visual perpendicular al conductor



Campos electromagnéticos

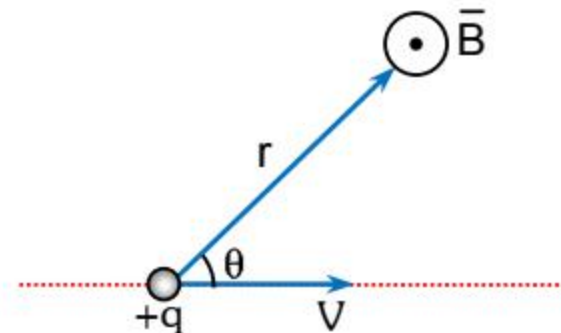
Ley de Biot – Savart

Jean Baptiste Biot y Félix Savart a partir de sus investigaciones acerca de la fuerza ejercida sobre un polo magnético (producida por un conductor largo rectilíneo por el que circula una corriente), propusieron una expresión que relacionará el vector inducción magnética (\vec{B}) en un punto cerca al conductor con un elemento de la corriente que lo produce.



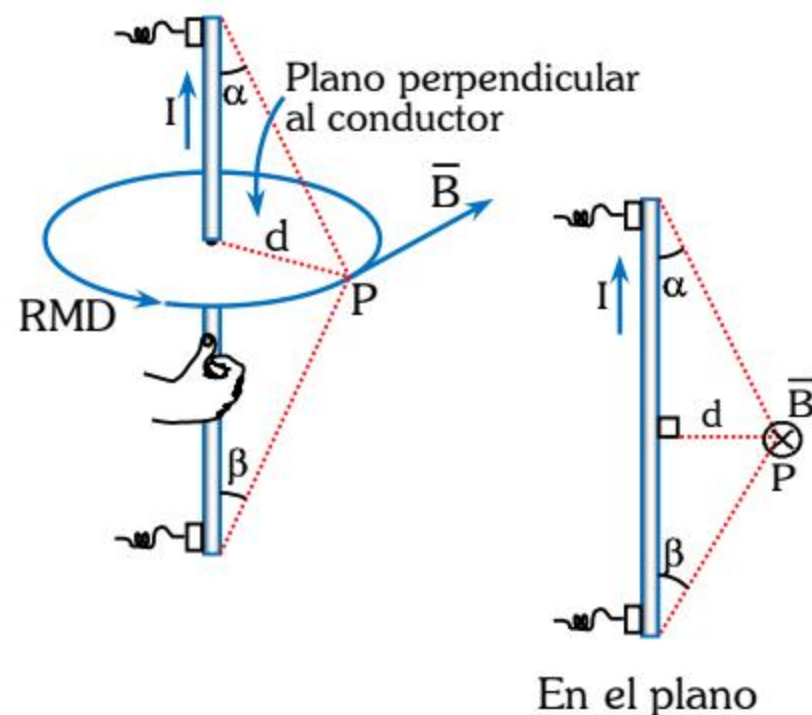
$d\vec{B}$ es la inducción magnética producida en el punto "P" debido a la corriente "I".

a) Campo magnético creado por una carga eléctrica en movimiento



$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qV}{r^2} \text{sen}\theta$$

b) Para un segmento conductor recto



$$B = 10^{-7} \frac{I}{d} \cos \alpha + \cos \beta$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{d} \cos \alpha + \cos \beta$$

AB: conductor de corriente
La inducción magnética \vec{B} en el punto "P" depende de:
La intensidad de la corriente eléctrica "I" que circula es D.P. a la inducción matemática.

La distancia "d" del conductor al punto "P" es inversamente proporcional a la inducción matemática.

Las propiedades magnéticas del medio donde se sitúa el conductor

Matemáticamente:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi d} \cos \alpha + \cos \beta$$

El módulo del vector inducción magnética (\vec{B}) depende de μ , el cual se define como la permeabilidad magnética de un medio y para el aire o vacío su valor es:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

Permeabilidad relativa del medio con respecto al vacío (nos caracteriza en qué medida el medio favorece se den fenómenos magnéticos).

Para medios:

Diamagnéticos: $\mu_r < 1$

En presencia de un campo magnético externo se imantan débilmente, de tal manera que el campo magnético externo disminuye su intensidad ligeramente.

Paramagnético: $\mu < 1$

En presencia de un campo magnético externo se imantan ligeramente, de tal manera que el campo magnético externo aumenta su intensidad ligeramente.

Ferromagnético: $\mu \gg 1$

En presencia de un campo magnético externo se imantan fuertemente, de tal manera que el campo magnético externo aumenta en intensidad considerablemente.

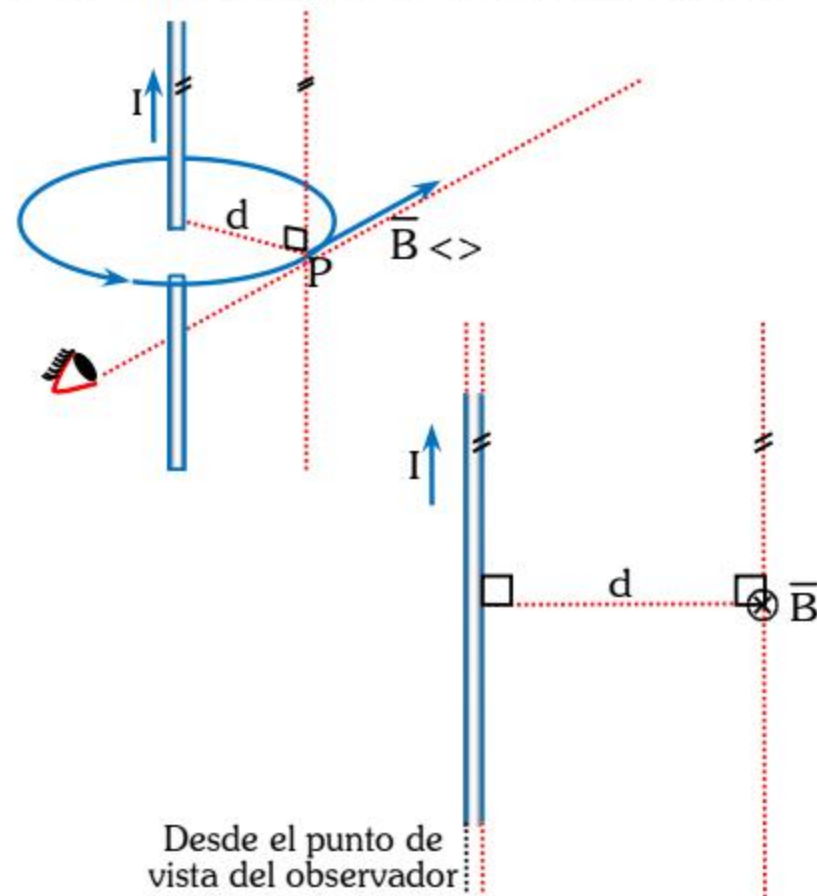
Para el aire o vacío: $\mu = 1$

Además $\mu\mu_0 = \mu_a$ (permeabilidad absoluta del medio)

Si en un problema específico no se indica el medio donde se producen los efectos magnéticos, asumiremos que se trata del aire o el vacío ($\mu = 1$) por lo tanto nuestra expresión de la Ley de Biot–Savart quedaría así:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \cos \alpha + \cos \beta$$

Cálculo de la inducción magnética \vec{B} debido a un conductor recto de gran longitud



En el punto "P" (considerando aire o vacío)

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \cos \alpha + \cos \beta \quad \dots (*)$$

Donde: $\cos \alpha = \cos 0^\circ = 1$
 $\cos \beta = \cos 0^\circ = 1$

En (*):

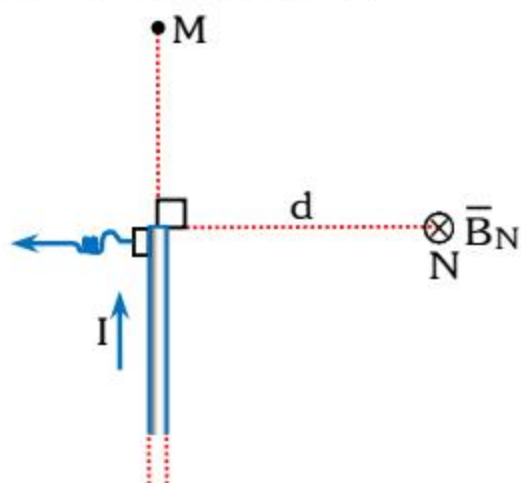
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} 1 + 1 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

Observación:

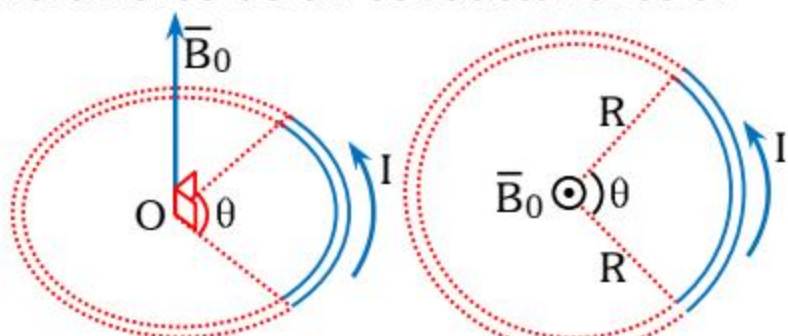
En el caso de un conductor recto ilimitado por uno de sus extremos, tenemos:

En el punto "N":

$$B_N = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$$



Para un arco de un conductor circular

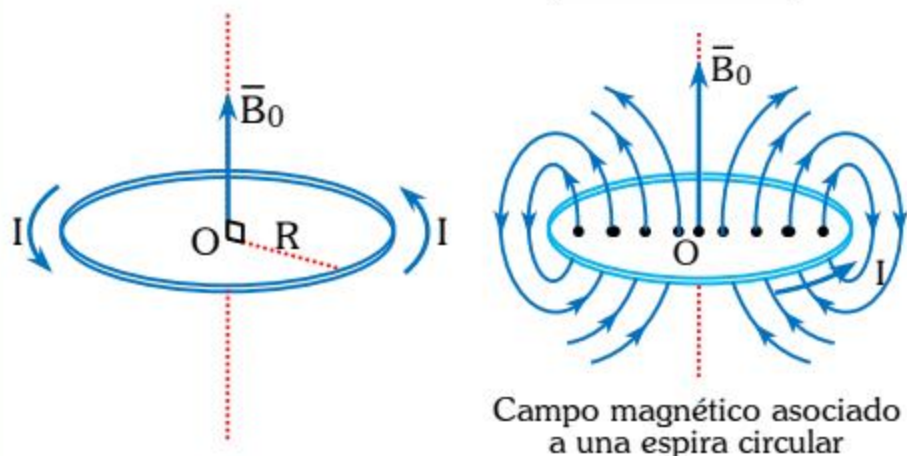


desde arriba

$$B_N = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi R}$$

θ debe estar medido en radianes. Ahora, si $\theta = 2\pi$ rad tendremos un conductor circular o llamado también espira circular donde:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (2\pi) \Rightarrow B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



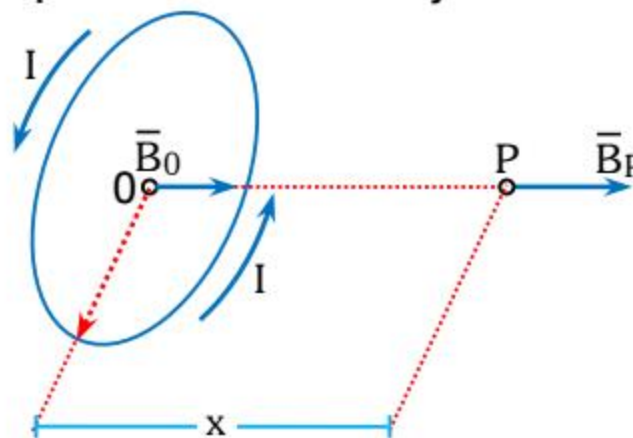
Para el caso de "N" espiras concéntricas de igual radio que transportan una corriente I, tendremos:

$$B_{\text{centro}} = \frac{N\mu_0 I}{2R}$$

"El campo magnético se intensifica"

$$B = 2\pi \times 10^{-7} \frac{I}{d}$$

En un punto externo del eje de la espira:



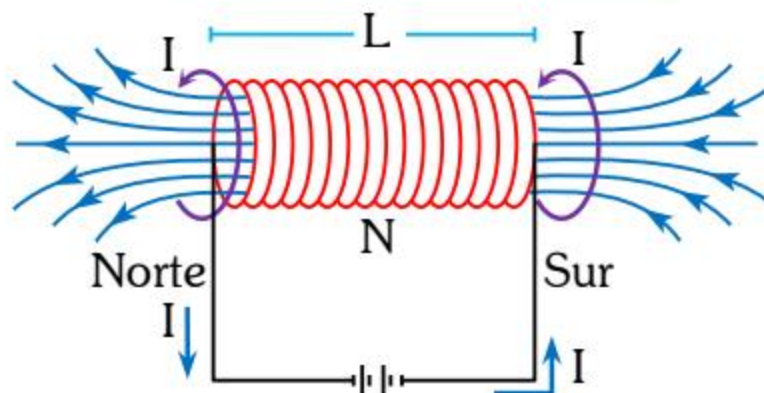
$$B_P = 2\pi \times 10^{-7} \frac{I r^2}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

Intensidad de campo en un solenoide o bobina

El solenoide externamente se comporta como un imán recto (Electroimán).

Exteriormente el campo magnético del solenoide es heterogéneo. Si el solenoide es de gran longitud comparando con el radio de las espiras y estas se encuentran muy apretadas en el interior del solenoide se establece un campo magnético uniforme y se determina por:

$$B_{\text{centro}} = \frac{\mu\mu_0 I N}{L} = \mu_0 I n$$



Densidad lineal de espiras: $n = \frac{N}{L}$

Donde:

- μ : Permeabilidad magnética del aire o el vacío
- μ_0 : Permeabilidad magnética del aire o el vacío
- N : Número de espiras
- L : Longitud del solenoide
- I : Intensidad de corriente

Si se coloca un núcleo de hierro o un núcleo acerado en el interior de un solenoide, el campo magnético en su interior aumenta considerablemente D.P. a la permeabilidad magnética relativa (μ) del núcleo de hierro o acero; y se determina por:

$$B_{\text{centro}} = \frac{\mu\mu_0 IN}{L}$$

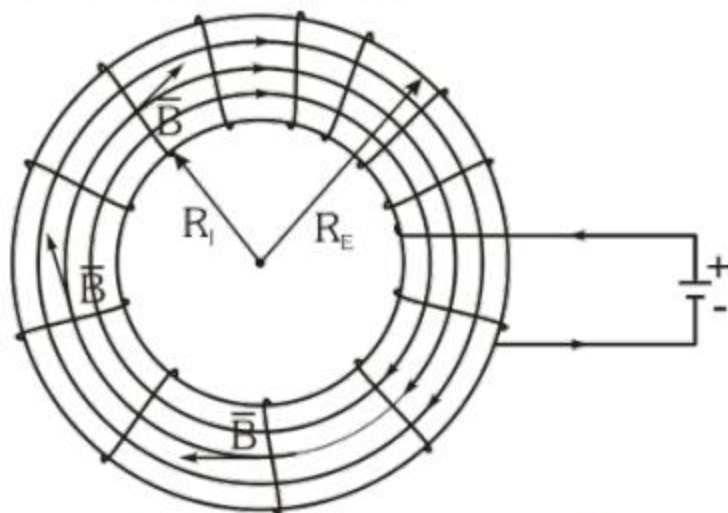
Observación:

Para un extremo del solenoide

$$B_{\text{extremo}} = \frac{B}{2}$$

Intensidad de campo magnético en un toroide

La inducción magnética en la línea axial del toroide se determina por:



$$B_{\text{centro}} = \mu\mu_0 \frac{IN}{2\pi R_m}$$

$$R_m = \frac{R_e + R_i}{2}$$

Densidad lineal de espiras:

$$n = \frac{N}{L}$$

Donde:

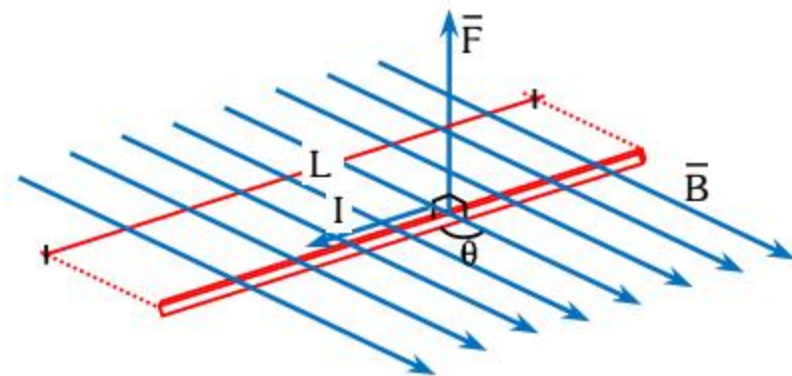
- μ_0 : Permeabilidad magnética del aire o el vacío
- μ : Permeabilidad magnética relativa del toroide
- I : Intensidad de corriente
- N : Número de espiras del toroide
- R_m : Longitud del solenoide

Propiedades del campo magnético en un toroide

- El campo magnético en el interior del toroide es casi uniforme.
- Exteriormente al toroide no hay campo magnético
- Las líneas de inducción son circulares

Fuerza de Lorentz

La fuerza magnética sobre una carga móvil se presenta cuando dicha carga ingresa a un campo magnético exterior, a esta fuerza se denomina Fuerza de Lorentz y su existencia se debe al hecho de que la carga en movimiento crea su propio campo magnético que interactúa con el ya existente.



$$F = ILB \text{sen}\theta$$

Unidades:

| F | I | L | B |
|---|--------|---|--|
| N | Ampere | m | $\frac{\text{Weber}}{\text{m}^2} = \text{Tesla}$ |

Características de la Fuerza de Lorentz

- La fuerza magnética \vec{F} sobre una partícula cargada es perpendicular tanto al vector inducción magnética \vec{B} como al vector velocidad \vec{v} de la partícula.
- La fuerza es proporcional a la carga móvil "q" y al producto vectorial de su vector velocidad \vec{v} por el vector inducción magnética \vec{B} .

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

- La presencia del producto vectorial indica que \vec{F} es perpendicular al plano formado por \vec{v} y \vec{B} .
- El módulo de la fuerza magnética es:

$$F = qvB\sin\theta$$

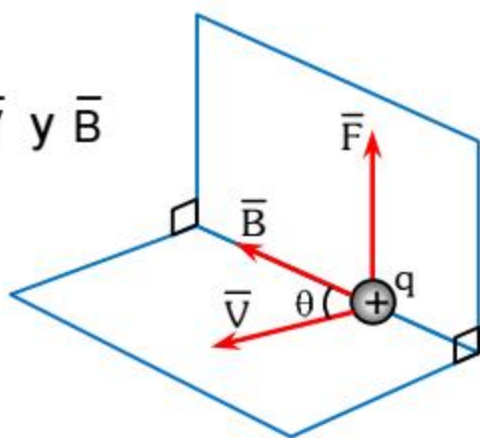
θ : Ángulo entre \vec{v} y \vec{B}

F : Newton (N)

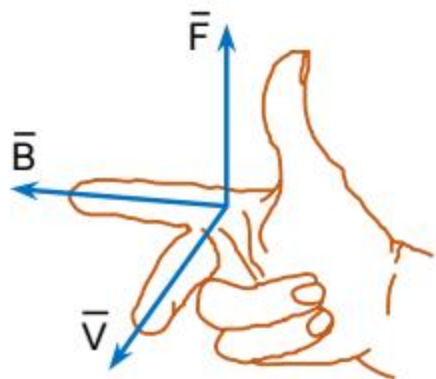
q : Coulomb

v : m/s

B : Tesla (T)



El sentido de la fuerza \vec{F} se determina mediante el uso de la regla de la mano derecha.



Dependiendo del valor del ángulo "θ" se tienen los siguientes casos, para la fuerza magnética:

$$\text{Si: } \theta = 90^\circ \Rightarrow \sin 90^\circ = 1$$

$$\text{Luego: } F = qvB$$

$$\text{Si: } \theta = 0^\circ \Rightarrow \sin 0^\circ = 0$$

$$\text{Luego: } F = 0$$

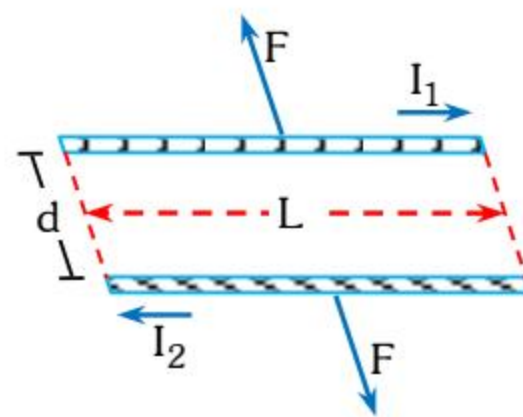
$$\text{Si: } \theta = 180^\circ \Rightarrow \sin 180^\circ = 0$$

$$\text{Luego: } F = 0$$

Fuerza magnética entre dos corrientes eléctricas

Como las corrientes I_1 e I_2 están en sentido opuesto se generan fuerzas de repulsión.

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d}$$



$$\text{Donde: } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{A} \cdot \text{m}}$$

Energía almacenada en un solenoide

(U_m)

$$U_m = \frac{1}{2} LI^2$$

$$\text{Donde: } L = \frac{N\phi}{I}$$

Unidades de L:

$$1 \text{ Henry} = \frac{1 \text{ Weber}}{\text{Ampere}}$$

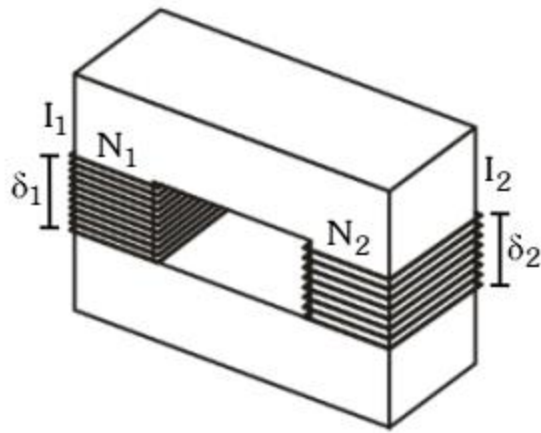
N : Número de espiras

I : Corriente que circula

ϕ : Flujo

Transformadores

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{N_1}{N_2}$$



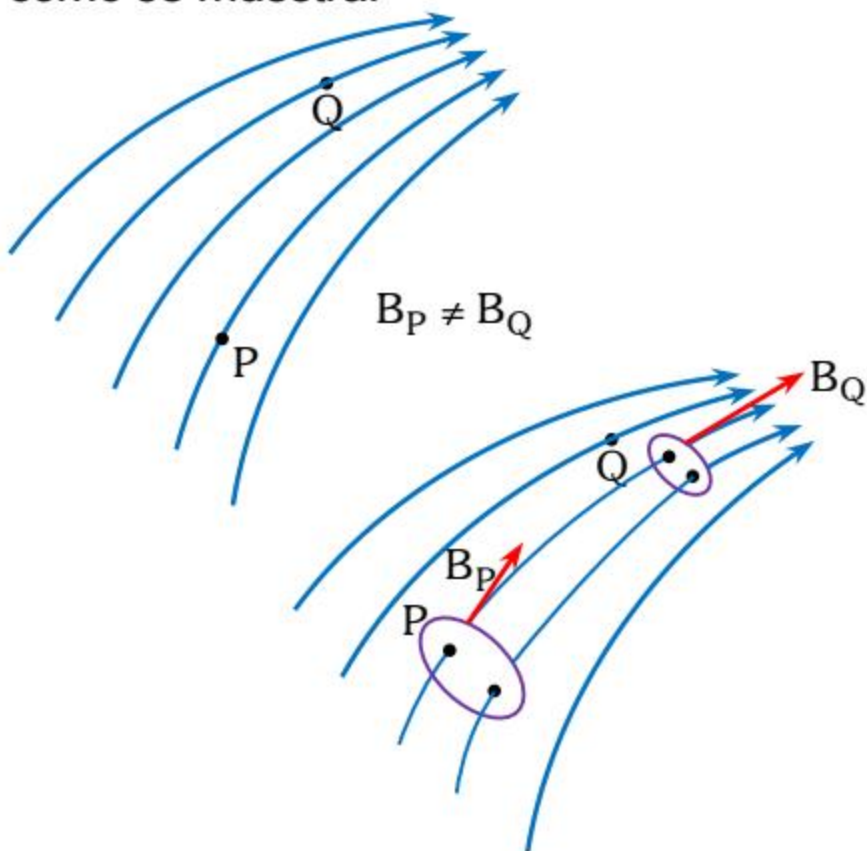
- ε_1 : Fuerza electromotriz inducida 1
- ε_2 : Fuerza electromotriz inducida 2
- N_1 : Numero de espiras 1
- N_2 : Numero de espiras 2

Inducción electromagnética

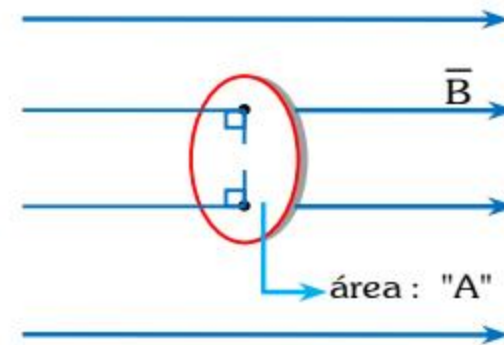
Fue descubierta casi simultáneamente en 1831 por tres eminentes científicos Joseph Henry, Michael Faraday y H.F.E. Lenz. Es la inducción electromagnética, es decir, la generación de un campo eléctrico por un campo magnético variable,

Flujo Magnético (Φ)

Consideremos un campo magnético representado por las líneas de inducción tal como se muestra:



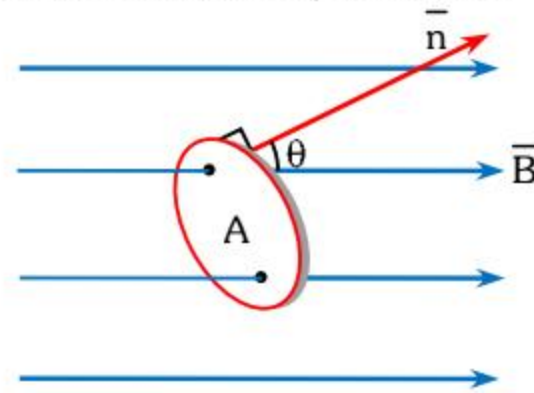
En un campo homogéneo donde las líneas de inducción son perpendiculares a la superficie que encierra el anillo.



$$\Phi = BA \quad \text{Unidad: Weber (Wb)}$$

De aquí: $B = \frac{\Phi}{A}$, por lo cual a "B" se le conoce como: "densidad de flujo magnético"

Si la sección del anillo no es perpendicular a las líneas de inducción, se tiene:



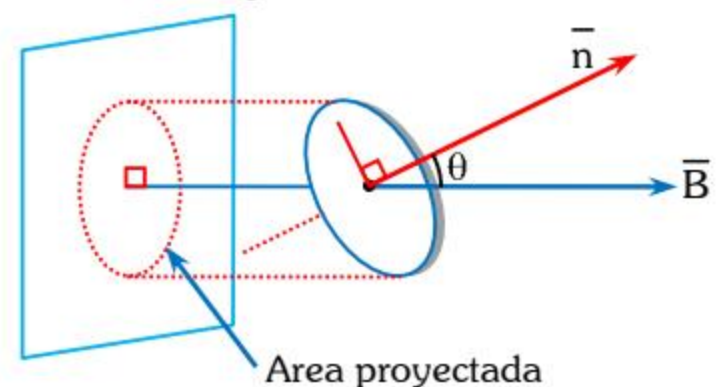
$$\Phi = BA \cos \theta$$

Donde:

- \bar{B} : Inducción magnética
- A : Área de la sección transversal del anillo
- θ : Ángulo entre los vectores \bar{B} y \bar{n}
- \bar{n} : Vector perpendicular a la superficie del anillo (normal)

Observación:

Si analizamos el gráfico:



“ $A \cos \theta$ ” representa el área proyectada sobre una superficie plana perpendicular a las líneas de inducción magnética.

Ley de Faraday

Se puede definir de la siguiente forma:

$$\xi_{\text{ind media}} = \left| \frac{\Delta \Phi}{dt} \right|$$

Rapidez con la cual cambia el flujo magnético

Si el flujo magnético varía uniformemente; esta última expresión se puede plantear así:

$$|\xi_{\text{ind}}| = \frac{|\Delta \Phi|}{\Delta t}$$

$$|\Delta \Phi| = |\Phi_{\text{final}} - \Phi_{\text{inicial}}|$$

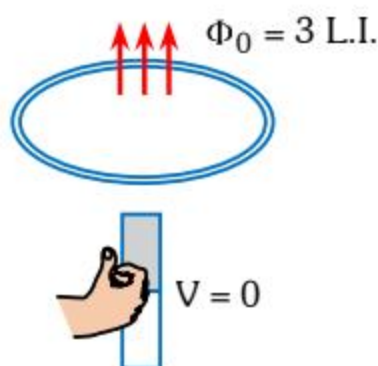
En el caso que el circuito esté constituido por “N” espiras conductoras conectadas una a continuación de la otra (bobinas o solenoides la f.e.m.) inducida quedará multiplicada por el factor “N” luego:

$$|\xi_{\text{ind}}| = N \frac{|\Delta \Phi|}{\Delta t} \dots (1)$$

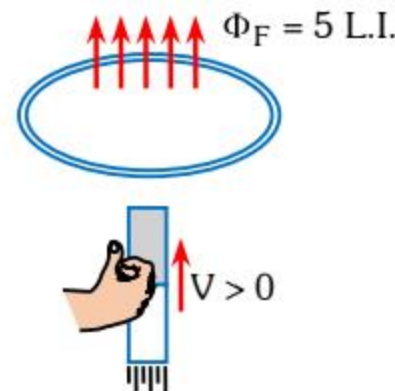
Ley de Lenz

“La corriente que se induce en un circuito cerrado tiene un sentido tal que el campo magnético que este establece se opone a la variación del flujo magnético en el circuito”.

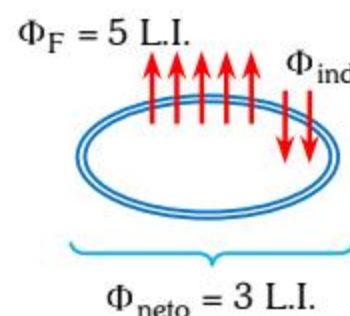
I. En la figura siguiente el imán no se mueve y en el anillo ingresan $\Phi_0 = 3 \text{ L.I.} = \text{cte} = \Phi_{\text{neto}}$



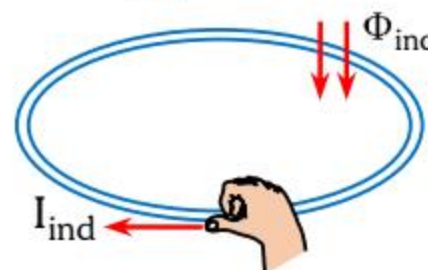
II. En la figura siguiente el imán se acerca al plano del anillo y el flujo aumenta a 5 L.I.



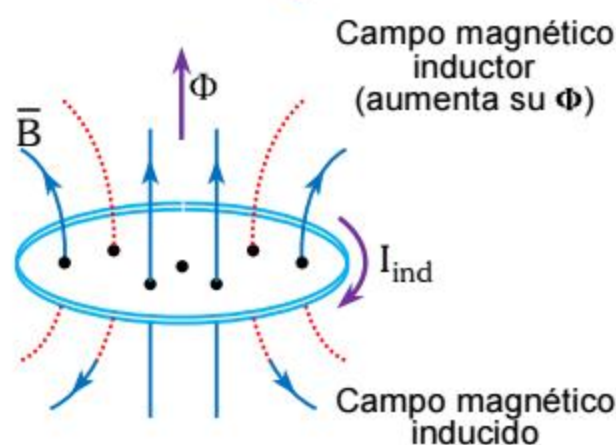
III. En la figura siguiente se genera una reacción del anillo sobre el imán. A esta reacción se denomina inercia magnética, y tiende a restaurar el estado inicial generando un flujo inducido Φ_{ind} , tal como lo muestra la figura. El flujo neto es igual al estado inicial.



Conociendo la dirección del Φ_{ind} (reacción magnética) usamos la regla de la mano derecha y definimos el sentido de la corriente inducida I_{ind} .



Explicación de la Ley de Lenz

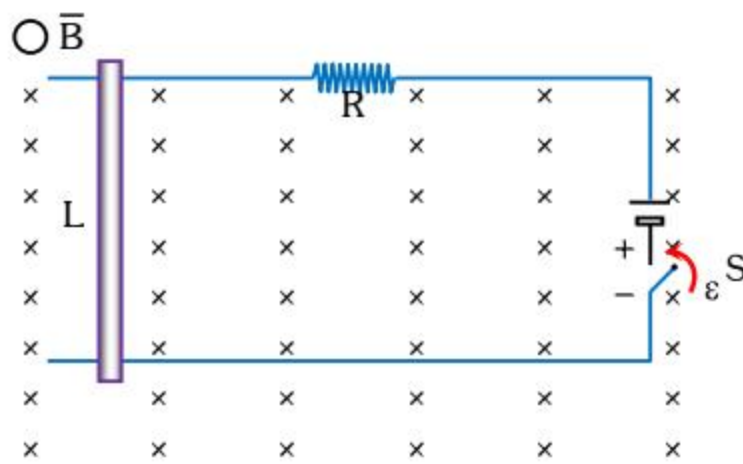


La fuerza electromotriz inducida e instantánea se calculará así:

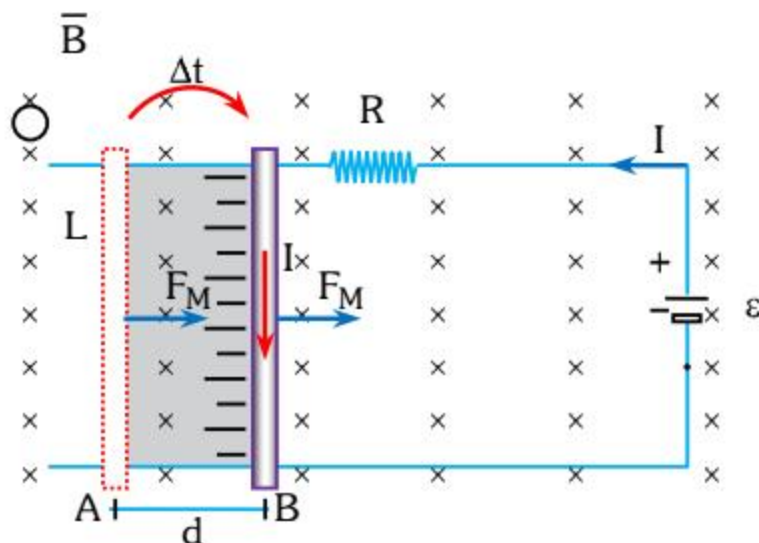
$$\epsilon_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Ley de Lenz y la Conservación de la Energía

En base a la conservación de la energía dedujo el sentido de la f.e.m. inducida, para ello podemos considerar un circuito eléctrico simple. Una barra metálica de resistencia eléctrica despreciable sobre rieles conductores lisos y de resistencia eléctrica despreciable, tal como se muestra:



Al cerrar el interruptor se forma un circuito cerrado y circula una corriente eléctrica, debido a ello se logra observar que a través del resistor se consume energía eléctrica para transformarse en energía calorífica (efecto Joule); además en la barra conductora actúa una fuerza magnética, la cual logra desplazarla.



De la relación entre el trabajo y la energía:

$$E_{\text{entregada por la fuente}} = E_{\text{consumida por la resistencia}} + W_{AB}^{F_M}$$

En el intervalo de tiempo "Δt":

$$P_{\text{fuente}} \cdot \Delta t = P_{\text{resistencia}} \cdot \Delta t + F_M \cdot d$$

$$(\epsilon \cdot I) \cdot \Delta t = (I^2 R) \cdot \Delta t + (BIL \text{ sen } 90^\circ) \cdot d$$

Dividiendo entre Δt :

$$\epsilon = IR + \frac{\text{Area barrida} \cdot B \cdot (Ld)}{\Delta t}$$

$$\epsilon = IR + \frac{B \cdot \Delta A}{\Delta t}$$

Pero también:

$$B(\Delta A) = \Delta \Phi_{\text{(Variación del flujo magnético)}}$$

$$\text{Luego: } \epsilon = IR + \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

De aquí se deduce una generalización de la ley de Ohm:

$$I = \frac{\epsilon + \left(- \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right)}{R}$$

De esta última relación podemos concluir que la corriente eléctrica generada en el circuito eléctrico se debe por un lado a la fuerza electromotriz de la fuente (ε) y por otro lado a la rapidez con que cambia el flujo magnético $\left(- \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right)$ o fuerza electromotriz inducida (ε_{ind}).

$$\epsilon_{\text{ind}} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

ELASTICIDAD

Es la rama de la física que explica el comportamiento de los cuerpos con relación a la capacidad que tienen para recuperar su forma luego de ser sometido a una deformación temporal.

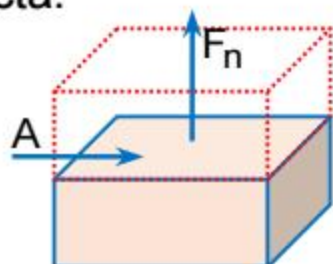
Esfuerzo o Fatiga

Es la fuerza aplicada sobre la superficie de un cuerpo, por unidad de área.

Esfuerzo Normal (σ_n)

Es la fuerza de tensión o de compresión que se aplica en el interior de una barra y distribuida normalmente sobre el área de su sección recta.

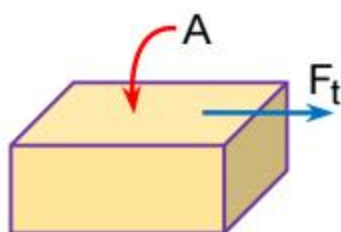
$$\sigma_n = \frac{F_n}{A}$$



Esfuerzo Tangencial (σ_t)

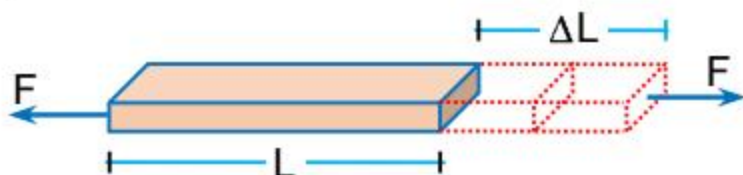
Se le llama también esfuerzo cortante y se define como la fuerza distribuida en forma tangencial sobre la superficie de un sólido.

$$\sigma_t = \frac{F_t}{A}$$



a) Deformación Relativa o Unitaria

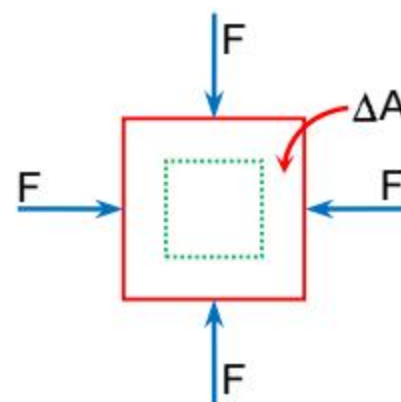
Se define como la deformación por unidad de dimensión (lineal, superficial o volumétrica).



$$\delta_L = \frac{\Delta L}{L}$$

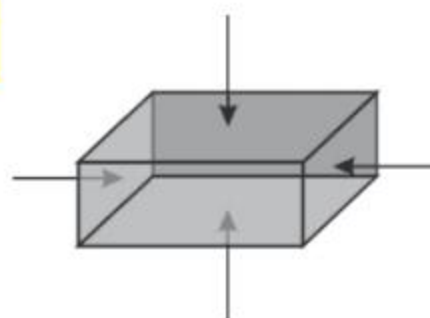
b) Deformación Superficial

$$\delta_s = \frac{\Delta A}{A}$$



c) Deformación Volumétrica

$$\delta_v = \frac{\Delta V}{V}$$

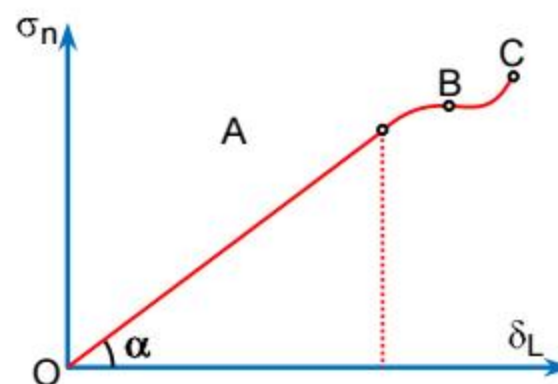


d) Módulo de Elasticidad (Y)

Llamado también módulo de Young, es la relación existente entre el esfuerzo normal aplicado y la deformación lineal producida, su valor es una característica propia de cada material.

$$\begin{cases} Y = \frac{\sigma_n}{\delta_n} \\ Y = \frac{FL}{A\Delta L} \end{cases} \quad \text{Unidades: } Y = \frac{N}{m^2}$$

Observación:



- Y : $\tan \alpha$ (pendiente)
- OA: Zona elástica
- AB: Zona plástica
- BC: Zona de ruptura

Ley de Hooke

Los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones, mientras no se alcance el límite elástico del material.

$$\sigma_n \propto \delta_L \Rightarrow \sigma_n = Y\delta_L$$

Para una varilla:

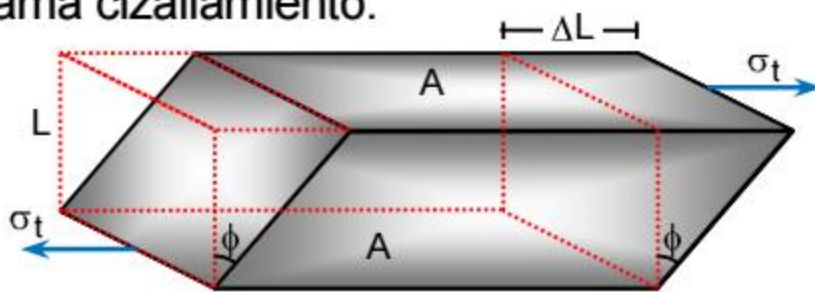
$$\frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow F = \left(\frac{YA}{L} \right) \Delta L$$

Si: $K = \frac{YA}{L}$ $\Delta L = x$

Se deduce entonces que: $F = Kx$

Deformación Unitaria Cortante (ϕ)

Es la que se produce por la acción de un esfuerzo tangencial. Al fenómeno se le llama cizallamiento.



$$\tan \phi = \frac{\Delta L}{L} \text{ como } \phi \rightarrow 0 \text{ rad}$$

$$\tan \phi = \phi ; \phi = \frac{\Delta L}{L}$$

Módulo de cizalladura o de rigidez

$$G = \frac{\sigma_t}{\phi}$$

Módulo de Torsión

$$S = \frac{\text{Momento}(M)}{\text{Deformación}(\theta)} \Rightarrow M = S\theta$$

Módulo de Poisson

$$\mu = \frac{\text{Deformación transversal}}{\text{Deformación longitudinal}}$$

Módulo de compresibilidad

$$B = \frac{-V\Delta p}{\Delta V}; \begin{cases} p: \text{Presión} \\ V: \text{Volumen} \end{cases}$$

Capítulo XVI:

Ondas y Sonido

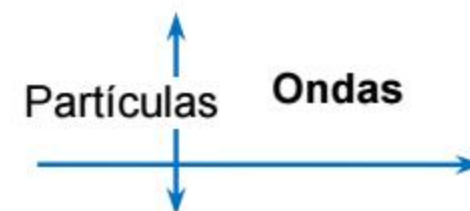
Definición:

Una onda es una perturbación (del equilibrio) y que se puede auto propagar a través de un medio y que debe su existencia a una causa o fuente que inicialmente creó la perturbación. La onda mecánica como el de una cuerda tensa, las olas en el agua o el sonido en el aire, requiere que le medio de propagación sea elástico, homogéneo e isotrópico. La propiedad principal de todas las ondas consiste en que transmite energía y cantidad de movimiento, sin transportar masa.

Tipos de ondas

Ondas transversales

Las partículas del medio oscilan en una dirección perpendicular a la que se propagan.



Ondas longitudinales

Las partículas oscilan en una dirección paralela a la que se propagan las ondas.

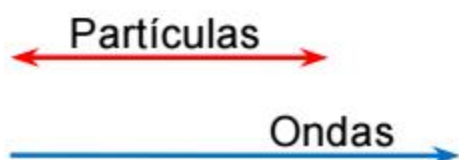
Se pueden propagar en todos los medios.

De manera general, la rapidez de propagación de una onda depende del medio en el cual se propaga, siendo:

$$V_{\text{sólido}} = V_{\text{líquido}} = V_{\text{aire}}$$

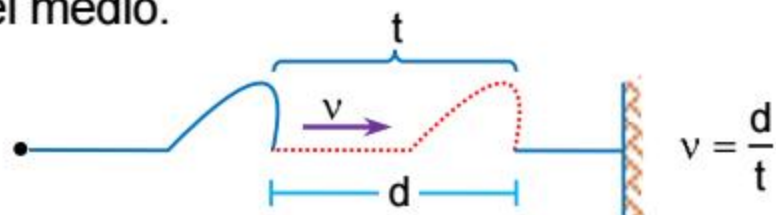
Para una cuerda podemos ver que, cuanto más gruesa sea, tanto menor será la rapidez de propagación y también cuánto más estirada se encuentre mayor será la rapidez de propagación.

En los sólidos la velocidad de las ondas longitudinales es mayor que la velocidad de las ondas transversales, este principio es utilizado para poder determinar (aproximadamente) el epicentro (foco) de un sismo.

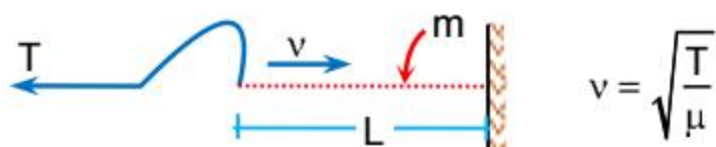


Velocidad de Onda (v)

Es la rapidez con que viaja la onda a través del medio.



Velocidad de onda en una cuerda tensa



Donde:

- T : Fuerza de tensión
- μ : Densidad lineal de masa

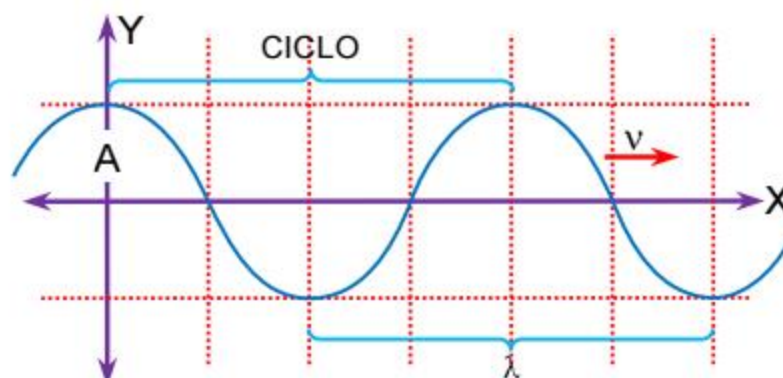
$$\mu = \frac{m}{L}$$

Ondas senoidales

Son aquellas en las que la perturbación hace que las partículas del medio oscilen con M.A.S. La ecuación general de este tipo de ondas es:

$$y = A \sin(kx \pm \omega t + \phi)$$

- { (+) : ondas (←)
- { (-) : ondas (→)



Elementos de una onda

Longitud de Onda (λ)

Distancia entre dos valles o dos crestas consecutivas, o entre dos puntos que oscilan en fase.

Número de Onda (k)

Se define por: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Constante de Fase (ϕ)

Su valor se determina por la selección del punto del ciclo a partir del cual se inicia la cuenta del tiempo.

Período

Es el tiempo que emplea una partícula del medio para realizar una oscilación completa y que coincide con el tiempo que emplea un ciclo para pasar por un punto cualquiera del medio.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Frecuencia

Es el número de ciclos que pasa por un punto del medio en cada unidad de tiempo.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (\text{Hertz} = \frac{\text{ciclo}}{\text{s}})$$

Velocidad de una onda senoidal (v)

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \lambda f$$

Principio de Superposición de Ondas

Las partículas del medio experimentan un desplazamiento neto que viene dado por la suma de los desplazamientos que cada onda produce en dicho lugar y de manera independiente.

$$\bar{d}_T = \sum \bar{d}$$

Diferencia de fase ($\Delta\phi$)

Es la diferencia angular de las oscilaciones proyectadas en un círculo de observación coplanar al plano de vibraciones.

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = \frac{\omega}{v} x_2 - x_1$$

Observación: Dos puntos vibran en fase si: $\Delta\phi = 2n\pi$; donde: $n = 0, 1, 3, \dots$

Interferencia de ondas

Es una superposición de ondas de frecuencias iguales y de amplitudes pequeñas.

a) Interferencia Constructiva

$$\Delta\phi = 2n\pi \Rightarrow x_2 - x_1 = n\lambda$$

b) Interferencia Destructiva

$$\Delta\phi = 2n+1 \pi \Rightarrow x_2 - x_1 = 2n+1 \frac{\lambda}{2}$$

Intensidad de una onda

La intensidad de una onda es la cantidad de energía que propaga una onda a través de la unidad de área en la unidad de tiempo.

$$I = \frac{E}{At}; \text{ Unidades: } I = \frac{J}{m^2s} = \frac{\text{watt}}{m^2}$$

La intensidad de una onda es proporcional al cuadrado de la amplitud.

$$I \propto y_0^2$$

Ondas coherentes

Dos o más ondas son coherentes si la diferencia de fase entre estas ondas en un punto es constante todo el tiempo.

$$y_1 = y_{01} \underbrace{\text{sen}(k_1x - \omega_1t + \alpha_1)}_{\phi_1}$$

$$y_2 = y_{02} \underbrace{\text{sen}(k_2x - \omega_2t + \alpha_2)}_{\phi_2}$$

$$\phi = \phi_2 - \phi_1 = \text{cte}$$

$$k_2x - \omega_2t + \alpha_2 - k_1x + \omega_1t - \alpha_1 = \text{cte}$$

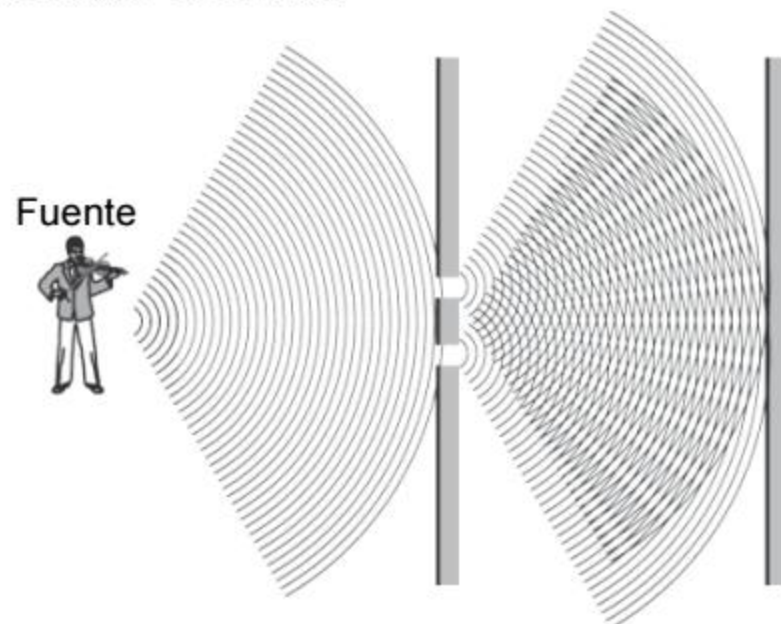
Si: $k = k_2 = k_1$, $\omega = \omega_2 = \omega_1$; $\alpha_2 - \alpha_1 = \text{cte}$

$$y_1 = y_{01} \text{sen}(kx - \omega t + \alpha_1)$$

$$y_2 = y_{02} \text{sen}(kx - \omega t + \alpha_2)$$

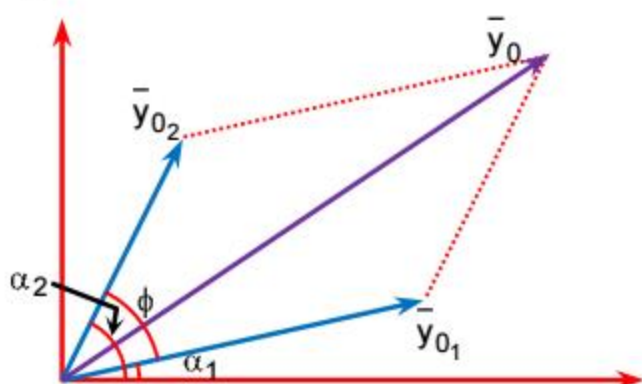
Interferencia de dos ondas coherentes

La interferencia es el fenómeno por el cual al interaccionar o superponerse dos ondas coherentes podemos observar en una pantalla un cuadro de máximos y mínimos de intensidad esto significa que luz más luz puede dar sombra y en el caso del sonido puede dar silencio.



$$y_1 = y_{01} \text{sen}(kx - \omega t + \alpha_1)$$

$$y_2 = y_{02} \text{sen}(kx - \omega t + \alpha_2)$$



Por la ley del coseno:

$$y_0^2 = y_{01}^2 + y_{02}^2 + 2y_{01}y_{02} \cos \phi$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$

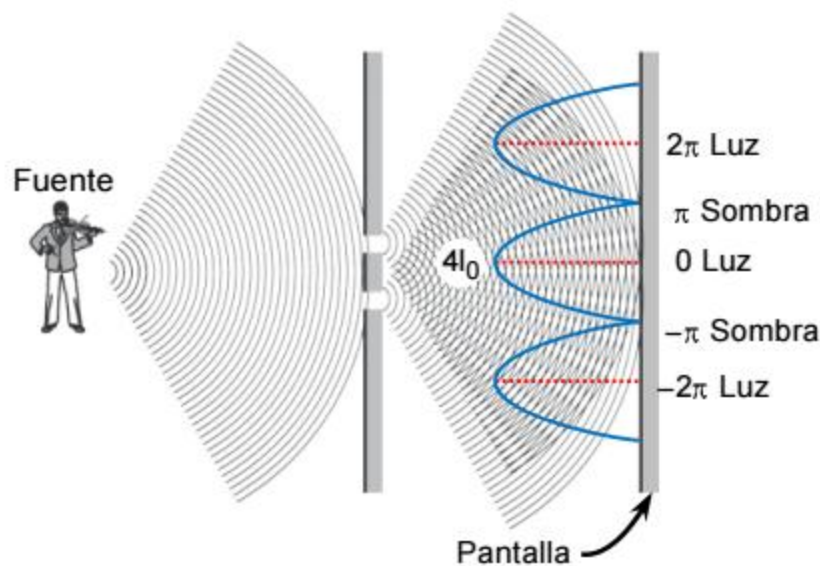
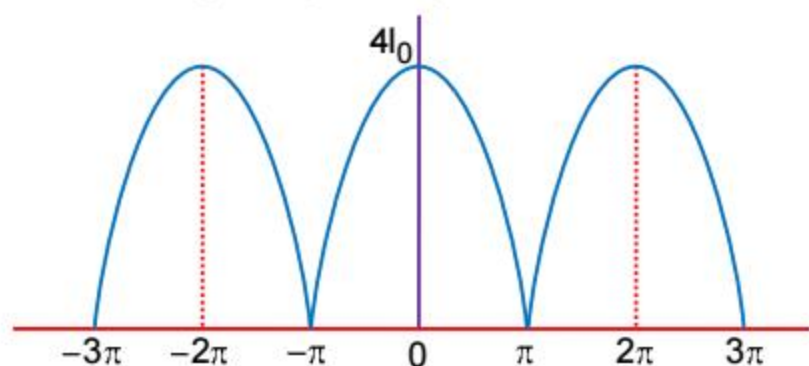
$$I_{\text{máx}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$

$$\phi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$$

$$I_{\text{mín}} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$

$$\phi = 0, \pm \pi, \pm 3\pi, \pm 5\pi, \dots$$

Si: $I_1 = I_2 = I_0$; $I_{\text{máx}} = 4I_0$; $I_{\text{mín}} = 0$



$$I = I_1 + I_2 + \underbrace{2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi}_{\text{Término de Interferencia}}$$

Cuando hay más luz o sonido el término de interferencia es cero.

SONIDO

Definición:

Es la perturbación que producen en el medio donde se produzca (sólido, líquido o gas) estimula nuestro sentido auditivo.

Velocidad del sonido

El sonido son perturbaciones longitudinales que se propagan con una velocidad cuyo valor depende de las características elásticas y densidad del medio, de modo uniforme.

a) En varillas sólidas

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Donde: $\begin{cases} Y : \text{Módulo de Young} \\ \rho : \text{Densidad} \end{cases}$

b) En un líquido

$$v = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$$

Donde:

β : Módulo de compresibilidad

$$\beta = \frac{\Delta p}{\delta_v}$$

Δp : Variación de la presión

δ_v : Deformación volumétrica relativa

c) En un gas

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Donde:

γ : Coeficiente isoentrópico del gas

R : Constante universal de los gases

T : Temperatura absoluta

M : Masa molecular del gas



Fórmulas adicionales

$$v = v_0 \sqrt{\frac{T}{273}}$$

Donde:

v_0 : Velocidad del sonido en el gas a °K

T : Temperatura absoluta

$$\begin{cases} \text{En el aire } 0^\circ\text{C: } v_0 = 332 \text{ m/s} \\ \text{En el aire } 20^\circ\text{C: } v_0 = 340 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$V = 331 + 0,6T$$

Donde: "V" se expresa en m/s y "T" en °C

Intensidad de propagación (I)

Se define como la energía de las ondas sonoras esféricas que atraviesa normalmente la unidad de área en cada unidad de tiempo.

$$I = \frac{\text{Pot}}{A} \quad \text{watts/m}^2$$

Intensidad mínima audible

$$I_m = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Intensidad máxima audible

$$I_M = 10 \text{ W/m}^2$$

Intensidad del sonido (sonoridad)

Se expresa en bell o decibeles, en escala logarítmica.

$$\begin{cases} \beta = \log \frac{1}{I_0} & \text{(bells)} \\ \beta = 10 \log \frac{1}{I_0} & \text{(decibeles: db)} \end{cases}$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \text{ (referencia)}$$

I : Intensidad del sonido a escuchar:
 $0 \leq \beta \leq 120 \text{ db}$

Frecuencia

El oído humano puede percibir sonidos cuya frecuencia está comprendida entre 20 Hz y 20 000 Hz (ultrasonidos).

Frecuencia fundamental

Es la que se obtiene de los instrumentos cuando en ellos se producen ondas estacionarias. En una cuerda tensa la frecuencia fundamental se presenta cuando los nodos solo se localizan en los extremos observándose un solo vientre. Su valor viene dado por:

$$f_0 = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Sobretonos

Son todas aquellas frecuencias mayores que la frecuencia fundamental. Ellas hacen aparecer varios vientres a lo largo de la cuerda tensa. Sus valore viene dados por:

$$f_0 = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\mu}}; n = 2, 3, 4, \dots$$

Tono

Llamado también altura. Un tono es alto o agudo cuando su frecuencia es elevada y el tono es bajo o grave si la frecuencia es pequeña.

Timbre

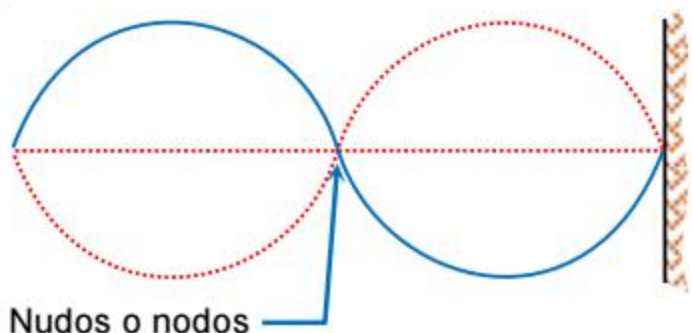
Es una cualidad que depende de los armónicos que componen el sonido así como de sus amplitudes relativas.

Ondas estacionarias

Es un caso especial de interferencia de ondas que resulta de la superposición de 2 movimientos ondulatorios producidos por dos focos que vibran sincrónicamente (con

la misma frecuencia) por consiguiente tienen la misma longitud de onda.

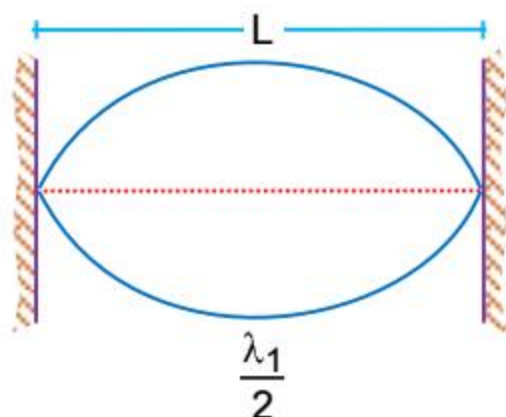
Una onda estacionaria se forma de la superposición de una onda con una onda reflejada.



Esta interferencia se caracteriza porque existen puntos llamados nodos.

Ondas estacionarias en cuerdas

a)

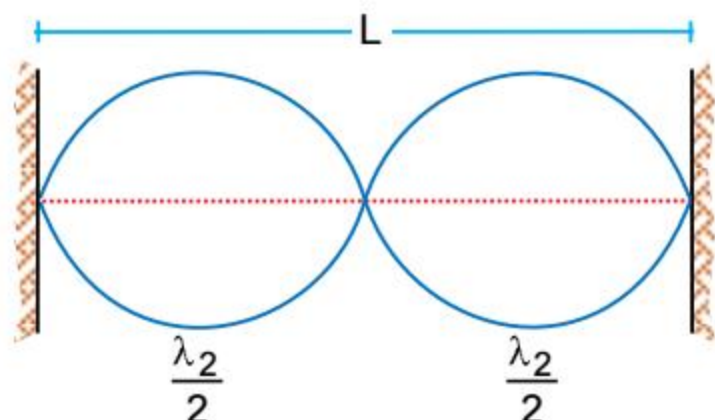


$$\frac{\lambda_1}{2} = L \Rightarrow \lambda_1 = 2L$$

$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2L}$$

Donde: f_1 se denomina:
Frecuencia fundamental
Tono fundamental
1er. armónico

b)



$$\frac{\lambda_2}{2} = L \Rightarrow \lambda_2 = 2L$$

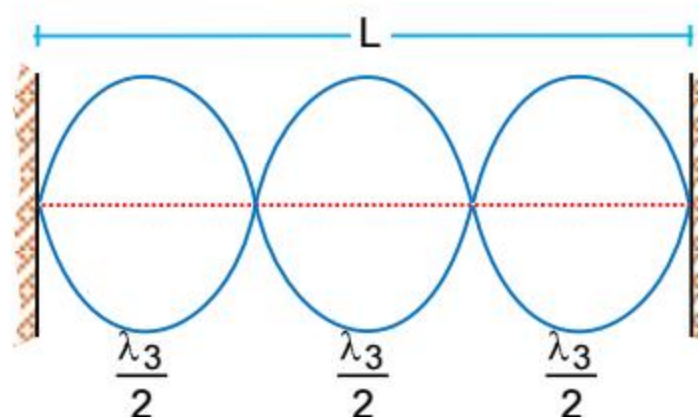
$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} \Rightarrow f_2 = 2f_1$$

Donde: f_1 se denomina:

2do. armónico

1er. sobretono

c)



$$\frac{3\lambda_3}{2} = L \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3}$$

$$f_3 = 3 \frac{v}{2L} \Rightarrow f_3 = 3f_1$$

Donde: f_1 se denomina:

3er. armónico

2do. sobretono

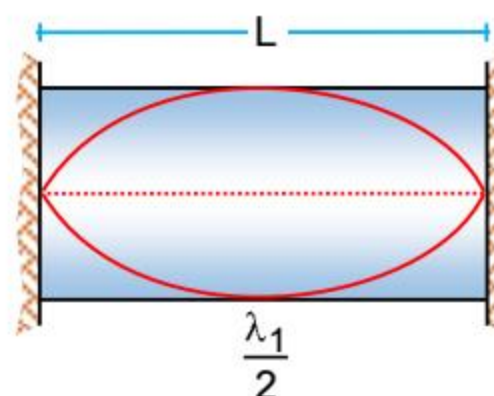
Nota:

Velocidad del sonido en la cuerda:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} ; \text{ Donde: } \mu = \frac{m}{L}$$

Ondas estacionarias en tubos cerrados por los dos lados

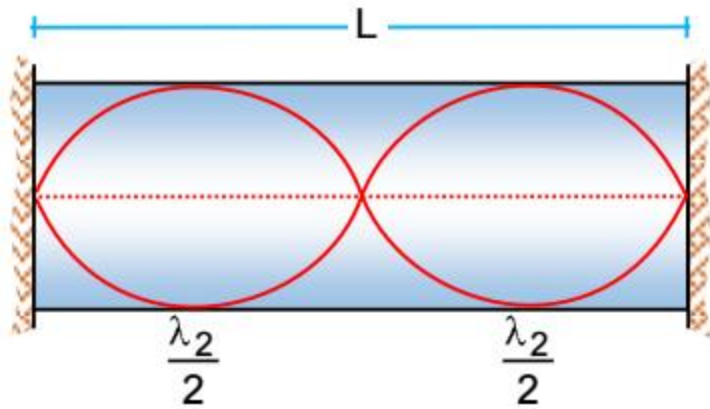
a)



$$\frac{\lambda_1}{2} = L \Rightarrow \lambda_1 = 2L$$

$$\lambda_1 = \frac{V_s}{f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{V_s}{2L}$$

b)



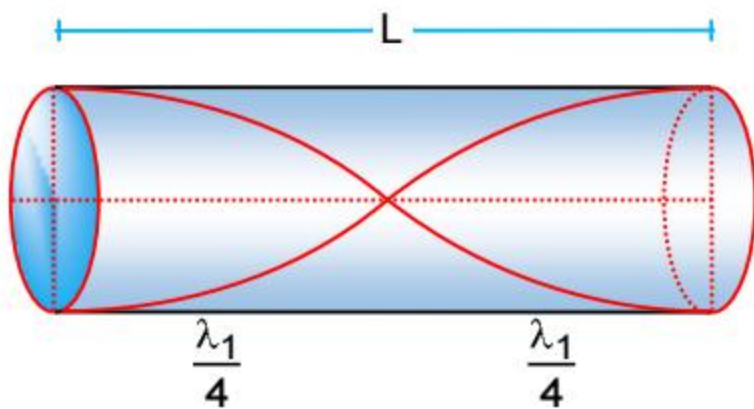
$$\lambda_2 = 2L$$

$$f_2 = \frac{V_s}{\lambda_2} \Rightarrow f_2 = 2f_1$$

Nota: $V_s = 340$ m/s (velocidad del sonido)

Ondas estacionarias en tubos abiertos por los dos lados

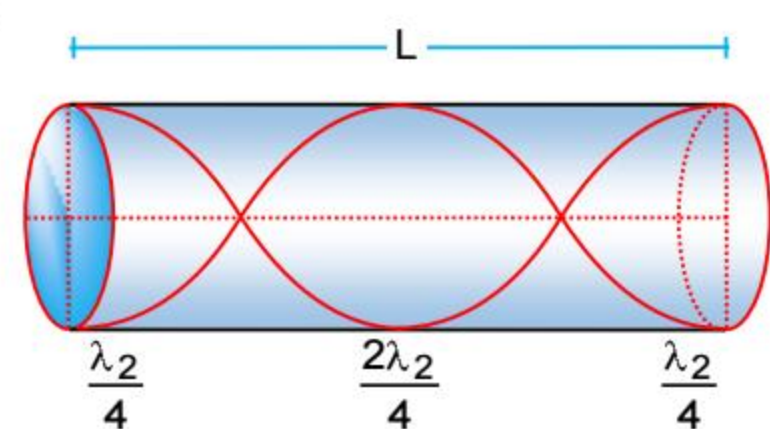
a)



$$\frac{\lambda_1}{2} = L \Rightarrow \lambda_1 = 2L$$

$$\lambda_1 = \frac{V_s}{f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{V_s}{2L}$$

b)



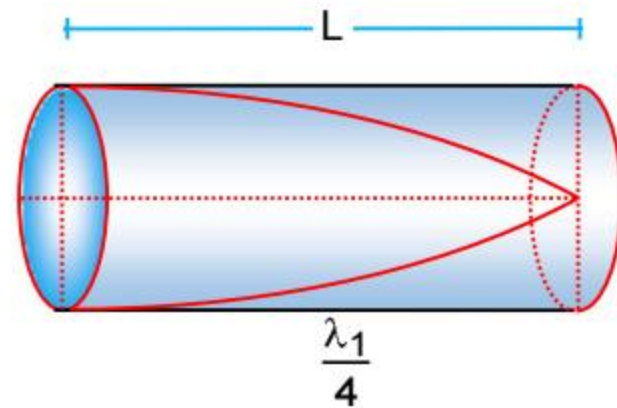
$$\lambda_2 = 2L$$

$$f_2 = \frac{V_s}{\lambda_2} \Rightarrow f_2 = 2f_1$$

Nota: $V_s = 340$ m/s (Velocidad del sonido)

Ondas estacionarias en tubos abiertos por un lado

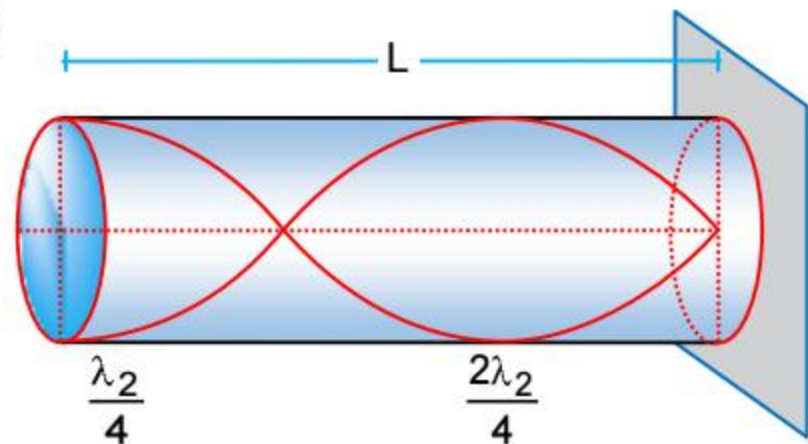
a)



$$\frac{\lambda_1}{4} = L \Rightarrow \lambda_1 = 4L$$

$$\lambda_1 = \frac{V_s}{f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{V_s}{4L}$$

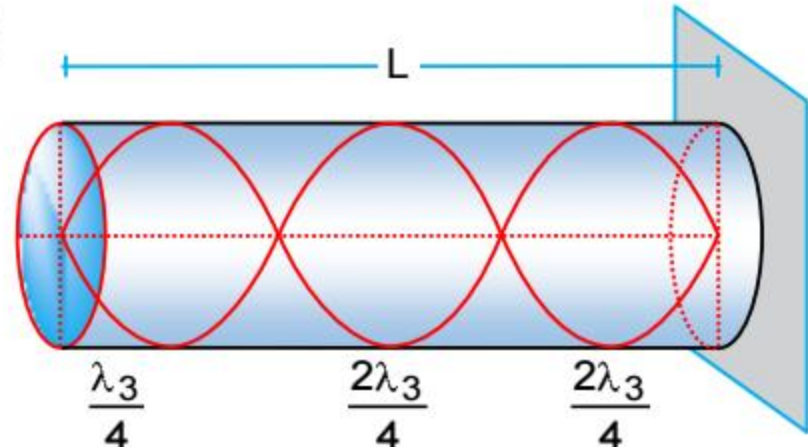
b)



$$\frac{3\lambda_2}{4} = L \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4L}{3}$$

$$\lambda_2 = \frac{V_s}{f_2} \Rightarrow f_2 = 3 \frac{V_s}{4L} = 3f_1$$

c)





$$\frac{5\lambda_3}{4} = L \Rightarrow \lambda_3 = \frac{4L}{5}$$

$$\lambda_3 = \frac{V_s}{f_3} \Rightarrow f_3 = 5 \frac{V_s}{4L} = 5f_1$$

Nota: $V_s = 340$ m/s (Velocidad del sonido)

Efecto Doppler

Consiste en la diferencia de frecuencias del sonido que emite la fuente sonora y la frecuencia que percibe el observador o receptor del sonido.

Cuando el oyente, el medio y el foco emisor se mueven unos respecto de los otros, hay cambios en las frecuencias percibidas (f') con relación a la frecuencia del sonido emitido (f).

$$f' = \left(\frac{V_s - V_m - V_o}{V_s - V_m - V_f} \right) f$$

Donde:

V_o : Vel. del oyente (+ si se aleja del foco)

V_m : Vel. del medio (respecto de tierra)

V_f : Vel. del foco (+ si se acerca al oyente)

Apuntes sobre la velocidad del sonido

- En el aire, el sonido tiene una velocidad de 331,5 m/s cuando: la temperatura es de 0 °C, la presión atmosférica es de 1 atm (nivel del mar) y una humedad relativa del aire de 0% (aire seco).
- Cuando el sonido se desplaza en los sólidos tiene mayor velocidad que en los líquidos, y en los líquidos es más veloz que en los gases. Esto se debe a que las partículas en los sólidos están más cercanas.
- Si la temperatura ambiente es 15 °C, la velocidad del sonido es de 340 m/s (1224 km/h). Este valor corresponde a 1 mach.

Capítulo XVII:

Óptica

Velocidad de la luz

La velocidad de la luz en el vacío, según la Teoría de la Relatividad de Einstein, es una constante para todos los observadores y se representa mediante la letra c (del latín celeritas). En el Sistema Internacional de Unidades se toma el valor:

$$c = 299792,458 \text{ m/s} \approx 3 \times 10^5 \text{ km/s} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Medición de la velocidad de la luz

Galileo Galilei (1564–1642), físico y astrónomo italiano, fue el primero en intentar medir la velocidad de la luz, pero fue el astrónomo danés Roemer (1644–1710) quien calculó en 1676, a partir de los eclipses de las lunas de Júpiter, que era aproximadamente 225 302 km/s.

Velocidad de la luz variable

Algunas teorías cosmológicas apuntan la posibilidad de que el valor de la velocidad de la luz en el vacío podría haber variado a lo largo de la historia del Universo aunque no hay datos observacionales que permitan demostrar esta hipótesis. Según las últimas investigaciones, entre ellas las de un astrónomo australiano, y un físico teórico portugués, este dato se está corroborando.

FOTOMETRÍA

Es el estudio de los métodos empleados para determinar la iluminación producida por un foco luminoso sobre una superficie.

Conceptos fundamentales

Según su comportamiento en referencia a la luz los cuerpos o medios pueden ser:

a) Luminosos: Son aquellos que tienen luz propia es decir emiten energía luminosa.

b) Iluminados: Son aquellos que no tienen luz propia pero reciben y reflejan la luz proveniente de otros cuerpos.

c) Opacos: Son aquellos que no dejan pasar la luz.

d) Transparentes: Son aquellos que dejan pasar la luz a través de su masa y permiten ver los objetos que existen detrás de ellos.

e) Translúcidos: Son los que dejan pasar la luz, pero no permiten ver los objetos detrás de ellos.

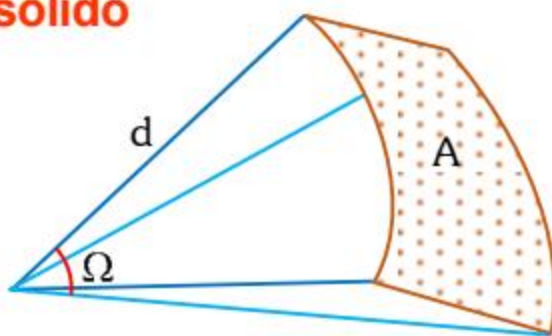
Flujo luminoso emitido por un foco (F)

Es la cantidad de energía radiante que emite un foco en la unidad de tiempo, se mide en Lumen.

Flujo luminoso recibido por una superficie

Es la cantidad de energía radiante que recibe una superficie por unidad de tiempo, se mide en Lumen.

Ángulo sólido



$$\Omega = \frac{A}{d^2}$$

Unidades: Es adimensional

- Ω : ángulo sólido stereorradianes (str)
- A : área del casquete
- d : radio o distancia

Intensidad de un foco luminoso

Es el flujo luminoso producido a través de un ángulo sólido.

$$I = \frac{f}{\Omega} \Rightarrow f = I\Omega$$

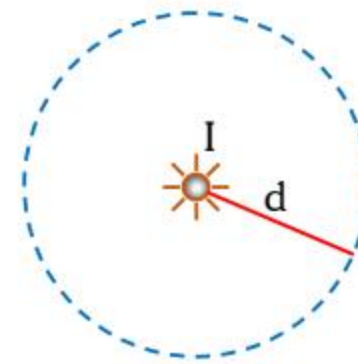
- I : Intensidad (candelas) (cd)
- f : Flujo luminoso (lumen)
- Ω : Ángulo sólido (str)

Eficiencia o Rendimiento (η):

$$\eta = \frac{\text{Flujo}}{\text{Potencia}}$$

Unidad: lumen/watt

Flujo luminoso total emitido por un foco



$$\Omega_{\text{total}} = \frac{A_{\text{esfera}}}{d^2} = \frac{4\pi d^2}{d^2} = 4\pi ; \text{ como: } f = I\Omega$$

Se deduce que: $f = 4\pi I$

Unidades de "f": 1 lumen = 1 lux · m²

ILUMINACIÓN

Es la cantidad de energía radiante que recibe una superficie por unidad de área.

$$E = \frac{f}{A} \Rightarrow f = EA \dots (1)$$

- E : Iluminación (lux)
- f : Flujo luminoso (lumen)
- Ω : Ángulo de la superficie (m²)

Como: $f = I\Omega = I \frac{A}{d^2} \Rightarrow f = I \frac{A}{d^2} \dots (2)$

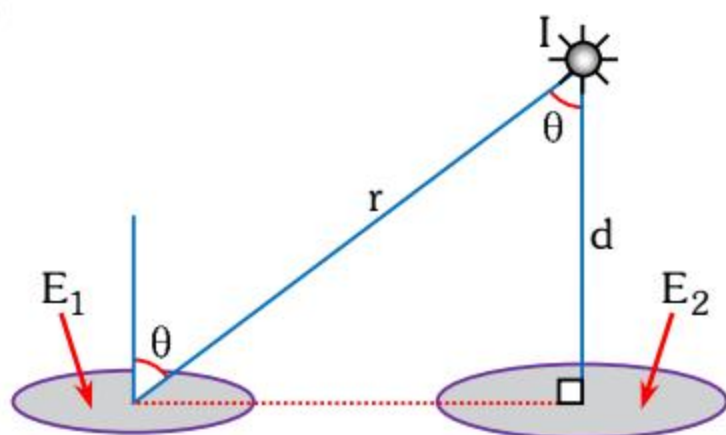
Igualando (1) y (2): $EA = \frac{IA}{d^2}$

Se deduce que:

$$E = \frac{I}{d^2} \quad \text{Unidades: } \left[\frac{\text{lux}}{\text{m}^2} \right]$$

“La iluminación es directamente proporcional a la intensidad del foco luminoso e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el foco luminoso y la superficie iluminada.”

La fórmula anterior sólo es válida para la incidencia normal. Cuando las radiaciones llegan a la superficie formando un ángulo “ α ” con la normal se aplica la Ley de Lambert

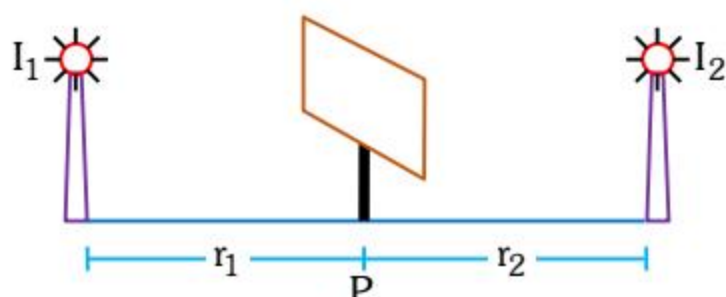


En general:

$$E_1 = \frac{I}{d^2} \cos \theta \quad \text{si } \theta = 0^\circ, \quad E_2 = \frac{I}{d^2}$$

Fotómetros

Son instrumentos que se utilizan para medir la intensidad de un foco luminoso están basados en producir igual iluminación en una pantalla. El que mostramos en la ilustración es el “Fotómetro de Bunsen”.



REFRACCIÓN DE LA LUZ

Es una propiedad por la cual los rayos de luz cambian de dirección al ingresar de un medio a otro.

Índice de Refracción (n):

$$n = \frac{c}{v}$$

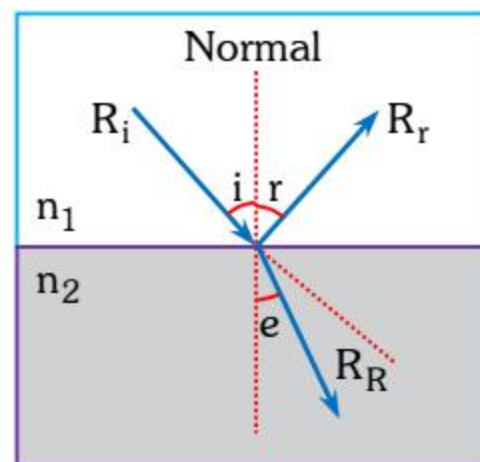
Donde:

v : Velocidad de la luz al atravesar un medio material (vidrio, agua, aire, etc.)

c : Velocidad de la luz en el vacío

$$c = 3 \times 10^5 \text{ km/s} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Ley de Snell



$$n_1 \text{sen } i = n_2 \text{sen } e$$

Donde:

n_1 : Índice de refracción del medio “1”

n_2 : Índice de refracción del medio “2”

Elementos:

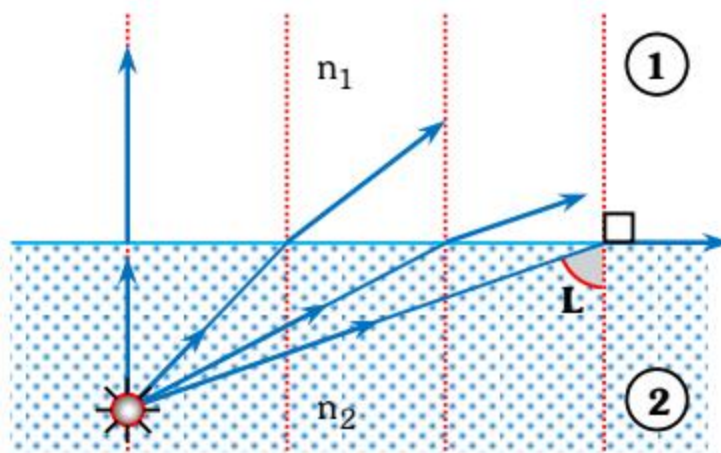
| | |
|----------------------|-------|
| Rayo incidente | R_i |
| Ángulo de incidencia | i |
| Rayo reflejado | R_r |
| Ángulo de reflexión | r |
| Rayo refractado | R_R |
| Ángulo de refracción | e |

Recuerde que:

Si: $n_1 > n_2$ entonces el rayo refractado se aleja de la normal.

Ángulo Límite (L):

Cuando un rayo luminoso pasa de un medio más refringente por ejemplo agua, a otro menos refringente, por ejemplo aire, el rayo refractado se aleja de la normal; se llama ángulo límite a aquel ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción mide 90° .



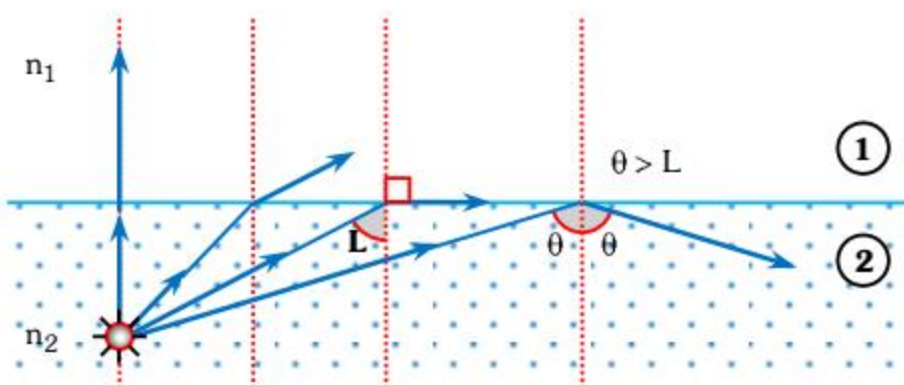
$n_2 > n_1$ L : ángulo límite
densidad 2 > densidad 1

Por la Ley de Snell: $n_2 \text{sen}L = n_1 \text{sen}90^\circ$

Se deduce que: $L = \arcsen\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$

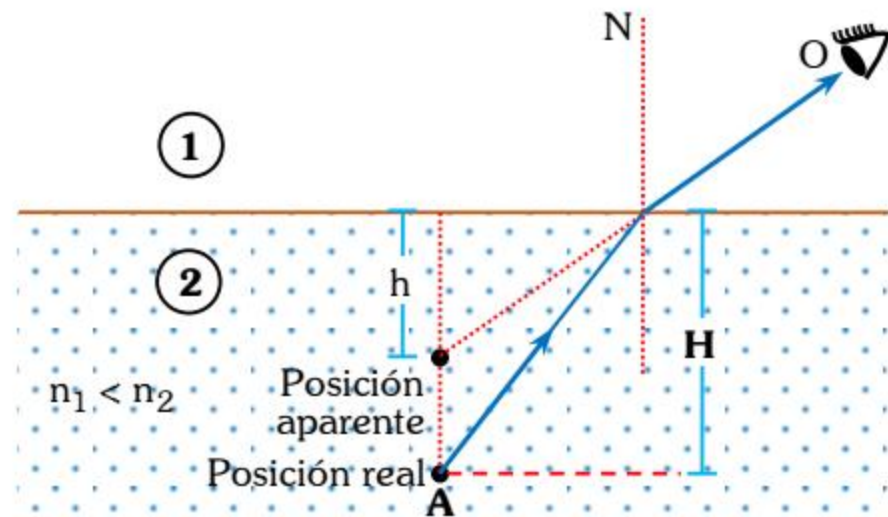
Reflexión total

Para todo rayo luminoso que en las mismas condiciones anteriores tenga un ángulo de incidencia mayor que el ángulo límite (L), no se produce refracción, el rayo sólo se refleja, no pasa al otro medio, produciéndose la reflexión total.



Profundidad Aparente

Consideremos un objeto A en un medio de índice de refracción n_2 a una profundidad H. Un observador O en un medio de índice de refracción n_1 verá el objeto aparentemente más cerca si $n_2 > n_1$ o más lejos si $n_2 < n_1$.

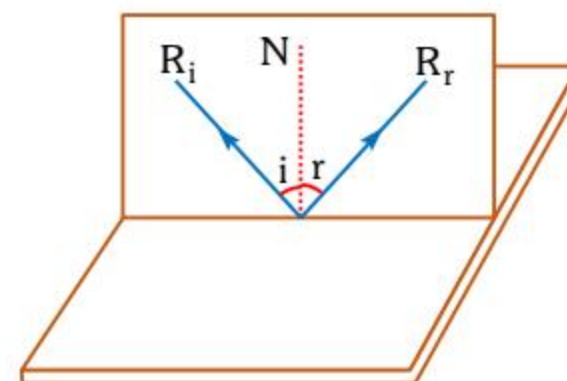


$$h = H \frac{n_1}{n_2}$$

h: profundidad aparente
H : profundidad real

REFLEXIÓN DE LA LUZ

Es el cambio de dirección que experimentan los rayos luminosos cuando encuentran una superficie pulida.



- R_i : Rayo incidente
- R_r : Rayo reflejado
- N : Normal
- i : Ángulo de incidencia
- r : Ángulo de reflexión

Leyes de la reflexión

1ra Ley: El rayo incidente, el rayo reflejado y la recta normal se encuentran en el mismo semiplano perpendicular a la superficie a la superficie pulida.

2da Ley: El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

$$i = r$$

ESPEJOS

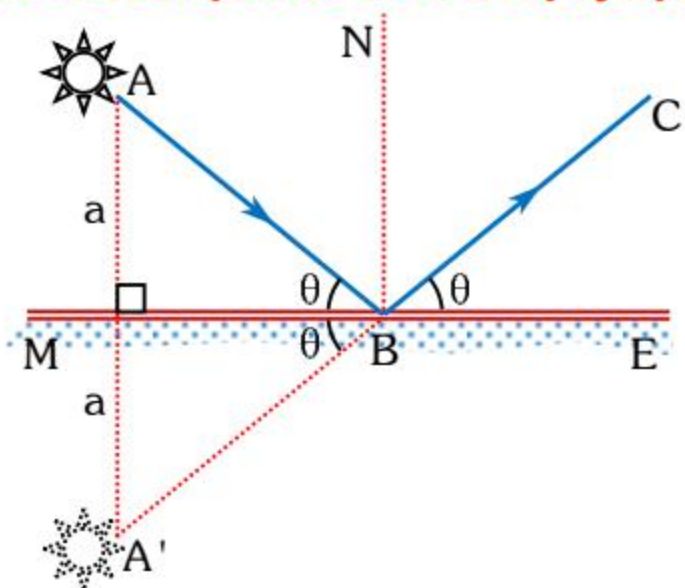
Es toda aquella superficie perfectamente pulida en la cual se produce solamente reflexión regular.

1. ESPEJOS PLANOS

Toda superficie convenientemente pulida en la que solamente hay lugar para la reflexión de la luz, se llama espejo. En los espejos existen aún pequeñas asperezas, pero estas son tan pequeñas que la luz se comporta como si no existieran.

Los espejos pueden ser planos o curvos según la naturaleza de la superficie pulimentada.

Imagen de un punto en un espejo plano



Dado un punto luminoso "A" y el espejo plano \overline{ME} , consideramos un rayo incidente \overline{AB} , siendo \overline{BC} el rayo reflejado, si "pro-

longamos" el rayo reflejado y la perpendicular \overline{AM} obtenemos el corte en el punto A' , el cual será la imagen del punto A en el espejo, luego:

$$AM = A'M'$$

Teorema

Todo rayo que partiendo de un punto luminoso (A) incide en un espejo plano, se refleja de modo que su prolongación pasa por el punto simétrico (A') del punto luminoso con respecto al espejo.

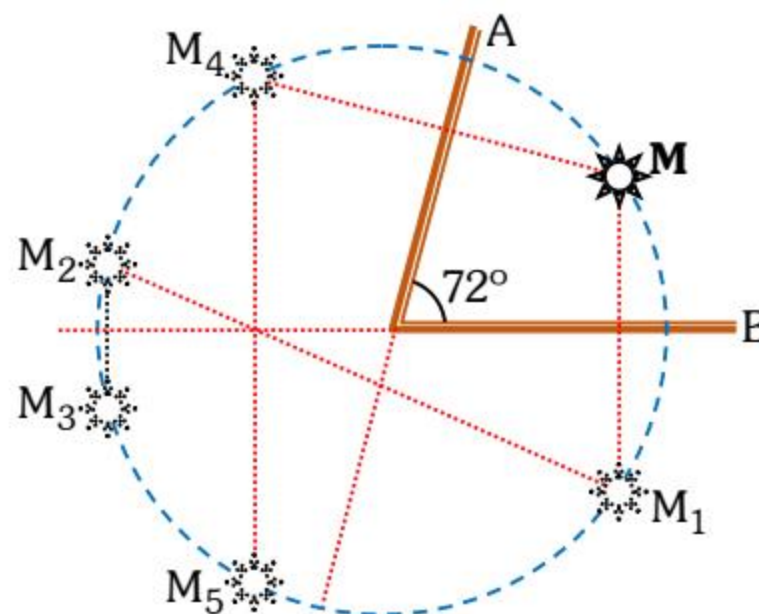
Imagen de un objeto en un espejo plano

Un objeto es considerado como constituido por muchos puntos, si este objeto es colocado frente a un espejo se cumple que:

Rango de observación de la imagen

No todos los que observan los espejos pueden percibir las imágenes, esto se debe a que en el espejo solamente hay reflexión de la luz.

Imágenes producidas por espejos angulares



Cuando se tienen dos espejos que forman cierto ángulo y se coloca un punto lumino-

so "M" entre ambos, el sistema de los dos espejos da varias imágenes de este punto.

M_1 es imagen de M con respecto al espejo B

M_2 es imagen de M_1 con respecto al espejo A

M_3 es imagen de M_2 con respecto al espejo B

Como M_3 cae detrás de los espejos A y B ya no forma imagen.

M_4 es imagen de M con respecto al espejo A

M_5 es imagen de M_4 con respecto al espejo B

Como M_2 cae detrás de los espejos A y B ya no forma imagen, luego se forman 5 imágenes cuando los espejos forman un ángulo de 72° .

Una imagen da lugar a otra imagen siempre que cae delante de cualquiera de los espejos.

Conclusiones teóricas:

- Si el ángulo es más pequeño aumenta el número de imágenes.
- Cuando dos espejos planos forman un ángulo recto se forman tres imágenes.
- Si el ángulo entre los espejos varía, el número de imágenes que se obtiene también varía.

Número de Imágenes en espejos angulares

Sea " α " el ángulo del espejo angular.

a) Si $\frac{360^\circ}{\alpha}$ es par, el N° de imágenes es:

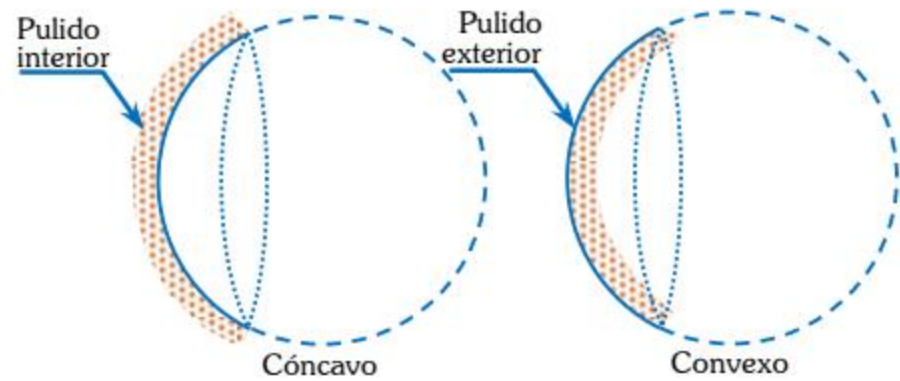
$$N = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

b) Si $\frac{360^\circ}{\alpha}$ es impar, el N° de imágenes es:

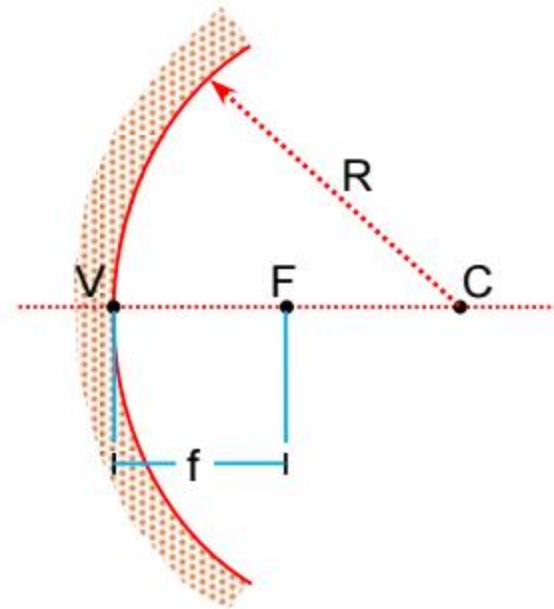
$$N = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

2. ESPEJOS ESFÉRICOS

Si el interior es pulido se denomina espejo "Cóncavo o convergente" y si el pulido es exterior se denomina espejo "Convexo o divergente".



Elementos de un espejo esférico

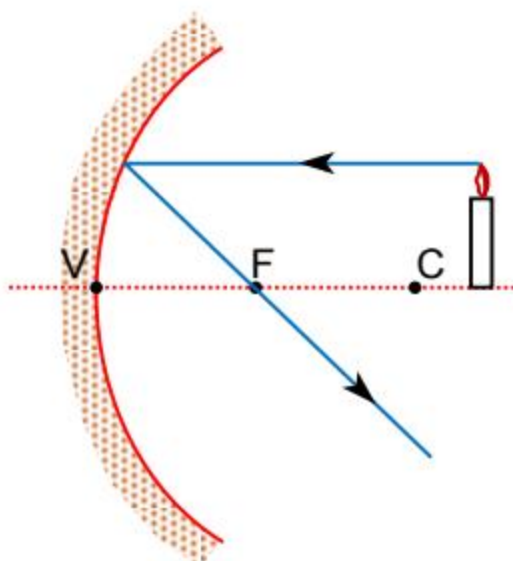


1. Centro de Curvatura (C):
2. Radio de Curvatura (R):
3. Vértice (V):
4. Foco (f): Punto del eje principal por donde pasan los rayos reflejados del espejo.
5. Distancia focal (f): Distancia entre el foco y el vértice del espejo.

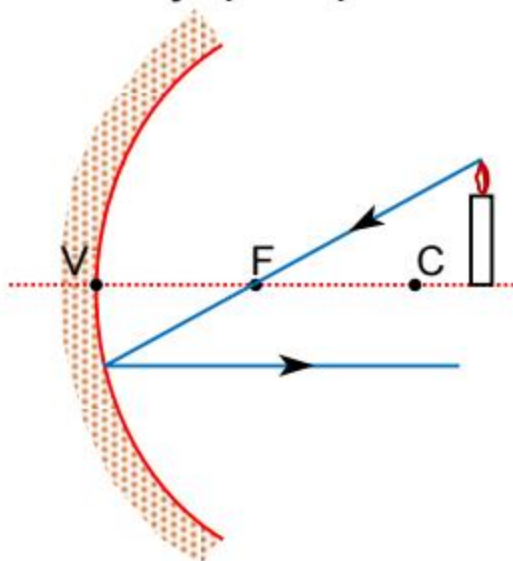
Se cumple que: $f = \frac{R}{2}$

Rayos Principales

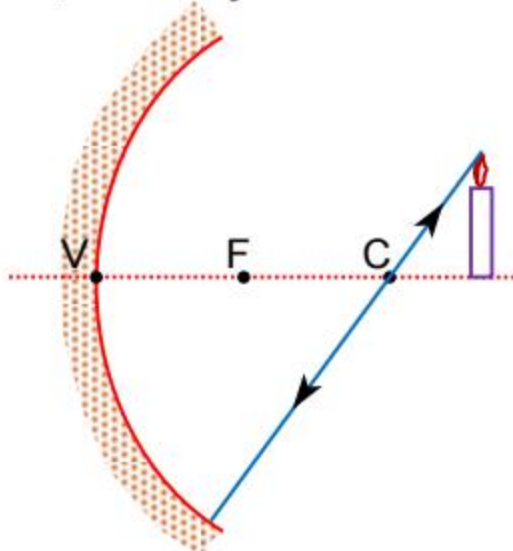
- a) Todo rayo paralelo al eje principal, se refleja pasando por el foco "F".



b) Todo rayo que pasa por el foco "F" se refleja paralelo al eje principal.



c) Todo rayo que pasa por el centro de curvatura "C", se refleja sobre sí mismo.

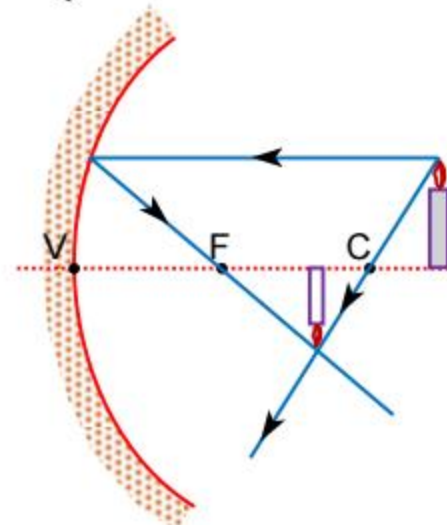


FORMACIÓN DE IMÁGENES EN UN ESPEJO CÓNCAVO

Para construir la imagen de un objeto solamente es necesario trazar dos rayos principales.

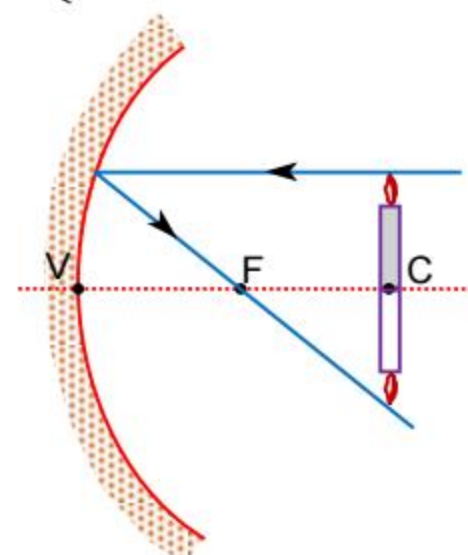
a) El objeto está más allá de "C"

Imagen: {
• Real
• Invertida
• De menor tamaño



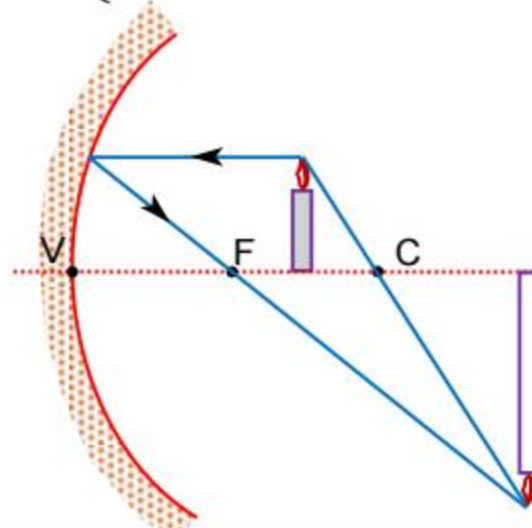
b) El objeto en el centro de curvatura "C"

Imagen: {
• Real
• Invertida
• Del mismo tamaño

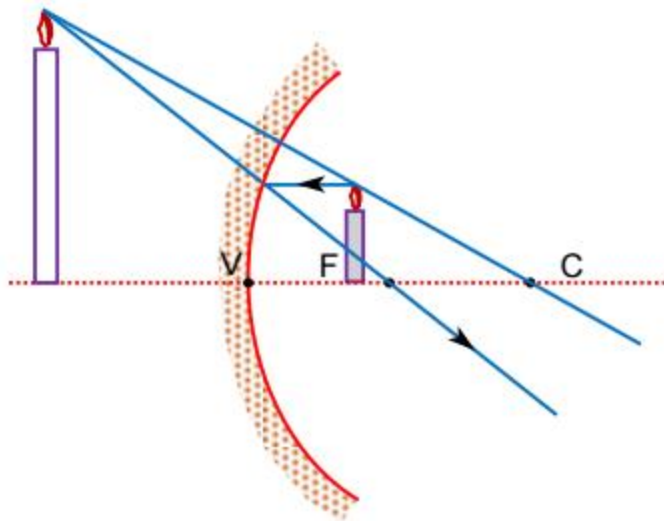


c) El objeto está entre "C" y "F"

Imagen: {
• Real
• Invertida
• De mayor tamaño



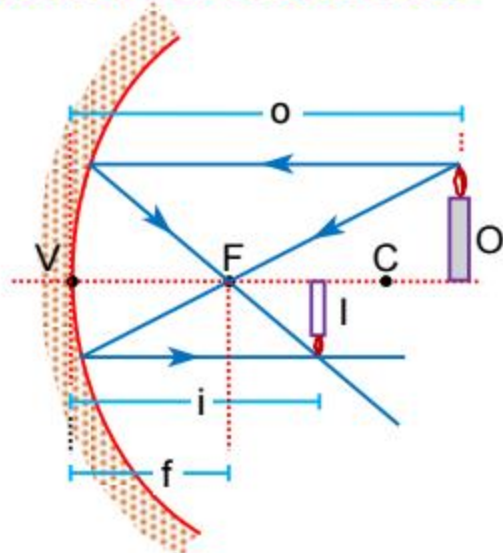
d) El objeto está en "F": No hay imagen



e) El objeto está en "F"

- Imagen: {
- Virtual
 - Derecha
 - De mayor tamaño

ECUACIÓN DE DESCARTES



Esta fórmula relaciona las tres cantidades siguientes:

- f : distancia del foco al vértice
- i : distancia de la imagen al vértice
- o : distancia del objeto al vértice

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

Esta fórmula también es llamada "Ecuación de Focos Conjugados".

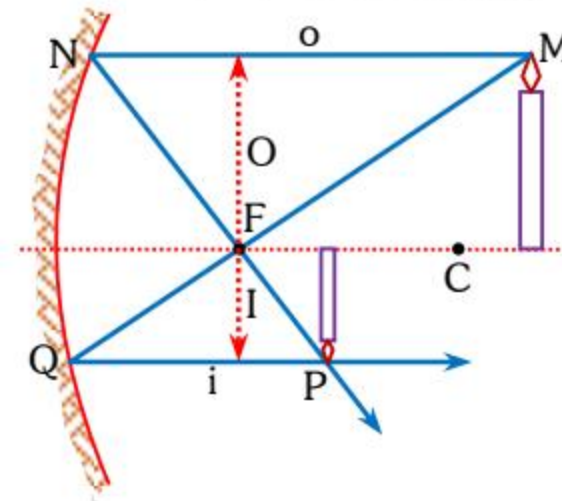
Signos para la fórmula de Descartes

| | Convexo | Cóncavo |
|---|-------------|------------------------------|
| o | (+) siempre | (+) siempre |
| i | (-) siempre | (+) i. real y (-) i. virtual |
| f | (-) siempre | (+) siempre |

Aumento (A)

Se llama aumento (A) a la relación entre el tamaño de la imagen (I) y el tamaño del objeto (O), este criterio se emplea tanto para espejos cóncavos o para convexos. En el diagrama el aumento (A) será:

$$A = \frac{\text{Tamaño de la imagen}}{\text{Tamaño del objeto}}$$



En el grafico los triángulos FNM y FQP son semejantes, luego:

$$\frac{I}{O} = -\frac{i}{o} \dots (1)$$

Consideramos (-i) porque la imagen es invertida. Luego:

$$A = \frac{I}{O} = -\frac{i}{o}$$

Convención de signos:

Para el aumento "A":
 (+) si la imagen es derecha
 (-) si la imagen es invertida

Analizando: $A = -\frac{i}{o}$

- a) "o" siempre es (+)
- b) El signo de "A" es inverso al signo de "i", esto indica que para espejos:

Toda imagen derecha A(+) es una imagen virtual i(-).

Toda imagen invertida A(-) es una imagen real i(+).

Tamaño de la imagen (I)

Despejando de (1)

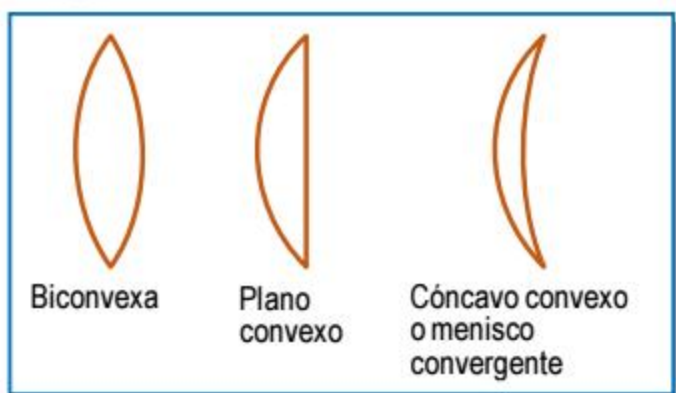
$$I = O \cdot \frac{i}{o}$$

O: Tamaño del objeto

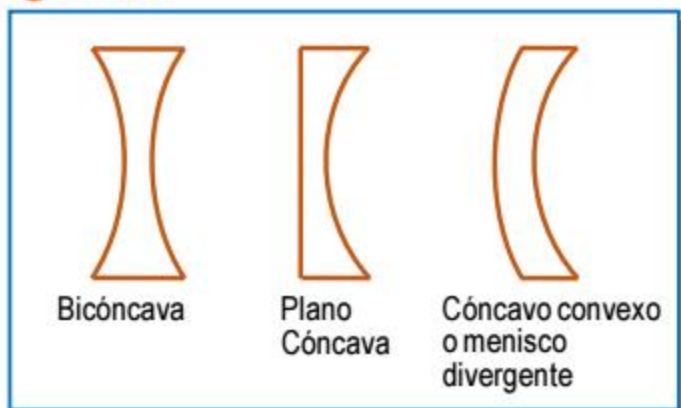
LENTES

Son sistemas ópticos limitados por dos superficies refringentes, está compuesto generalmente por sustancias transparentes tales como vidrio o plástico con superficies pulimentadas, de las cuales por lo menos una de ellas debe ser esférica.

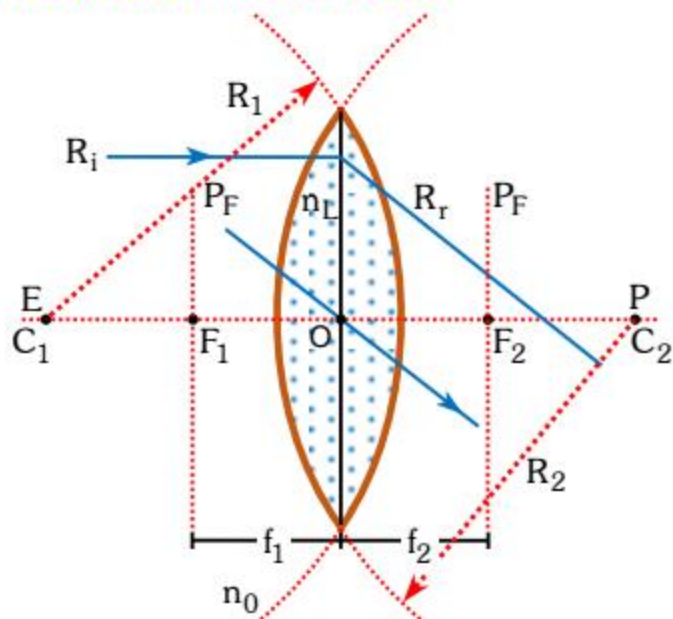
Convergentes



Divergentes



Elementos de las Lentes



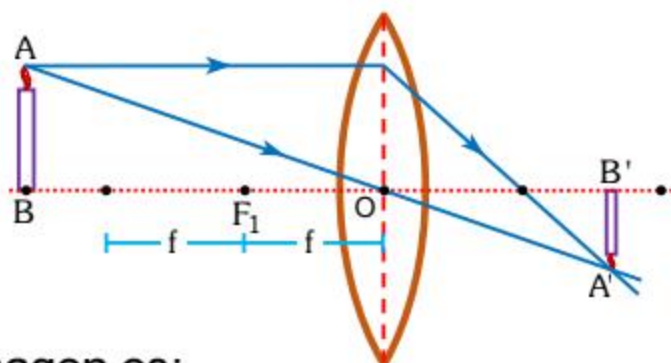
| | | |
|---------------------------------|---|-----------------------------|
| O | : | Centro de la lente |
| C ₁ y C ₂ | : | Centros de curvatura |
| R ₁ y R ₂ | : | Radios de curvatura |
| F ₁ y F ₂ | : | Focos |
| EP | : | Eje focal |
| f ₁ y f ₂ | : | Distancias focales |
| n ₀ | : | Índ. refracción del medio |
| n _L | : | Índ. refracción de la lente |
| R _i | : | Rayo incidente |
| R _r | : | Rayo refractado |
| P _F | : | Punto sobre el foco |

Formación de imágenes en lentes

Es similar a los espejos esféricos. Así vamos a resumir en los siguientes resultados:

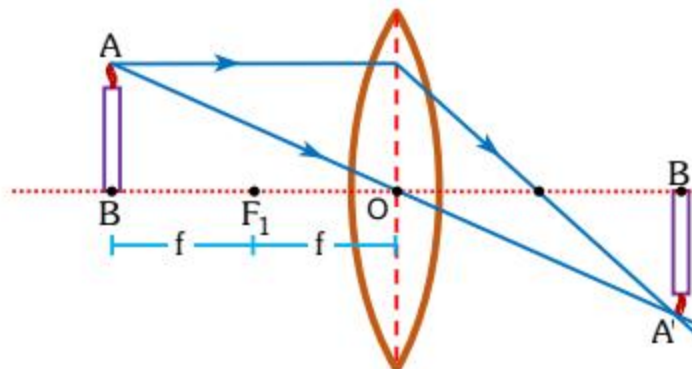
a) En las lentes convergentes:

1. Si el objeto se encuentra entre el infinito y una distancia 2f de la lente:



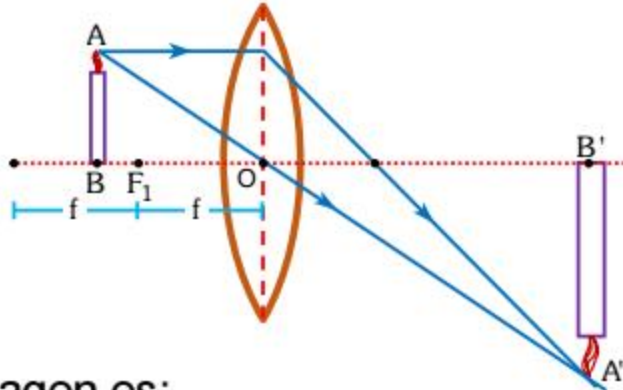
La imagen es:
Real, invertida y de menor tamaño que el objeto.

2. Si el objeto se encuentra a una distancia 2f de la lente:



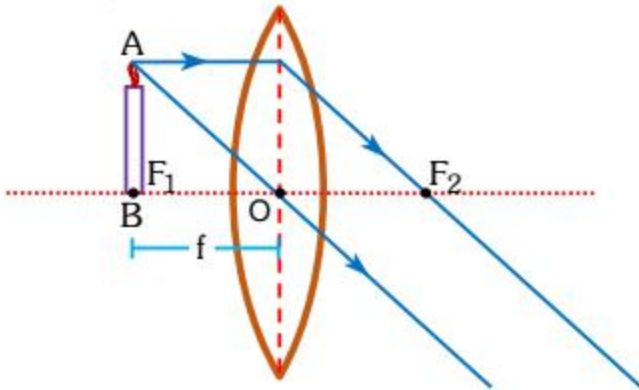
La imagen es:
Real, invertida y de igual tamaño que el objeto.

3. Si el objeto se encuentra a una distancia entre $2f$ y f de la lente:



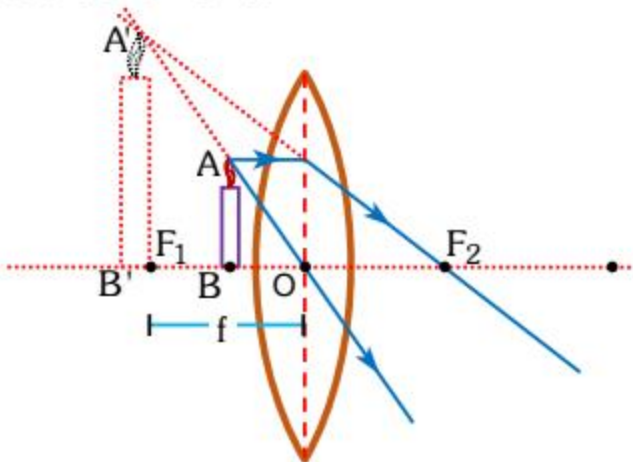
La imagen es:
Real, invertida y de mayor tamaño que el objeto.

4. Si el objeto se encuentra en el foco:



No se forma imagen:
Los rayos refractados son paralelos.

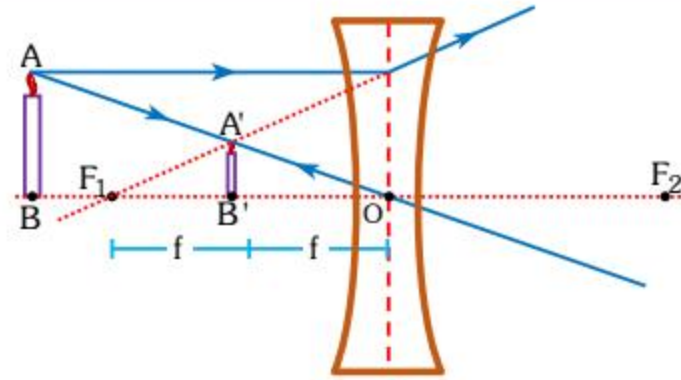
5. Si el objeto se encuentra entre el foco y el centro de la lente:



La imagen es:
Virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.

b) En las lentes divergentes:

Las lentes divergentes siempre producen imágenes, virtuales, derechas y de menor tamaño que el objeto.



La imagen es:
Real, derecha y de menor tamaño que el objeto.

Fórmula de las lentes

Al igual que los espejos, las lentes obedecen a la fórmula de Descartes, es decir:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

p: distancia del objeto a la lente
q: distancia de la imagen a la lente
f: distancia focal

Ley de signos para lentes:

q → { (+) real, invertida
(-) virtual, derecha
f → { (+) convergente
(-) divergente

$$\text{Magnificación o Aumento lineal} = \frac{\text{tamaño imagen}}{\text{tamaño objeto}} = \frac{q}{p}$$

Potencia de la lente:

$$P = \frac{1}{f}$$

P : potencia de la lente (dioptrías)
f : distancia focal (metros)

Ecuación del fabricante

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_L}{n_0} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Donde:

- f : distancia focal
 n_L : índice de refracción de la lente
 n_0 : índice de refracción del medio
 R_1 y R_2 : Radios de curvatura de las superficies esféricas.

Importante:

Los radios R_1 y R_2 se consideran positivos (+) en las superficies convexas y negativas (-) si las superficies son cóncavas.

FENÓMENOS ONDULATORIOS DE LA LUZ

En esta parte la óptica trata de explicar todos aquellos fenómenos en donde la luz manifiesta su naturaleza ondulatoria.

Dispersión de la luz

En este fenómeno el haz de luz se separa en las distintas radiaciones que lo componen las cuales se identifican por un determinado color. La consecuencia es otro haz de luz de colores, llamado espectro.

Interferencia de la luz (Thomas Young)

El experimento de Young, también denominado experimento de la doble rendija, fue realizado en 1801 por Thomas Young, en un intento de discernir sobre la naturaleza corpuscular u ondulatoria de la luz. Young comprobó un patrón de interferencias en la luz procedente de una fuente lejana al difractarse en el paso por dos rejillas, resultado que contribuyó a la teoría de la naturaleza ondulatoria de la luz.

Posteriormente, la experiencia ha sido considerada fundamental a la hora de demostrar la dualidad onda corpúsculo, una característica de la mecánica cuántica. El

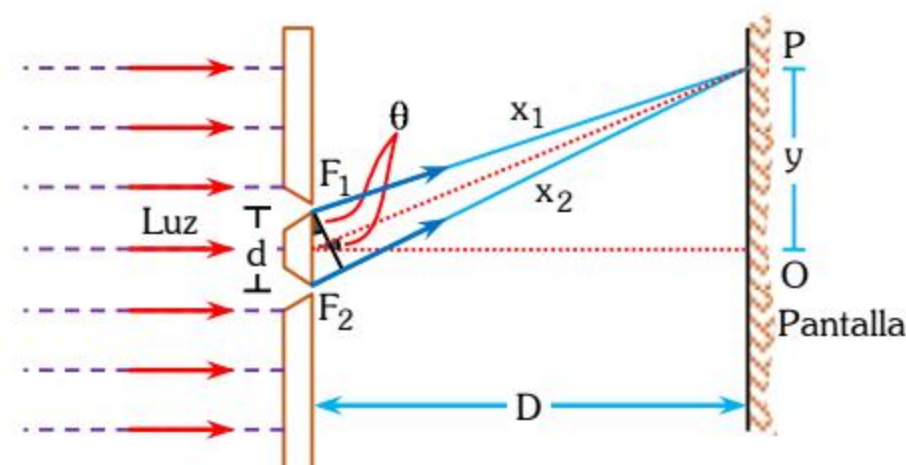
experimento también puede realizarse con electrones, protones o neutrones, produciendo patrones de interferencia similares a los obtenidos cuando se realiza con luz.

Sólo existe interferencia para ondas luminosas de igual frecuencia que provengan de focos coherentes (sincronizados).

La dinámica fotónica en el experimento de doble rendija describe la relación entre la onda electromagnética clásica y el fotón.

Interferencia constructiva

Las ondas llegan a un mismo punto reforzando sus vibraciones entre sí, produciendo franjas brillantes.

**Experimento de Young para la rejilla doble**

Si: $\Delta x = x_2 - x_1 = n\lambda$

o también: $\Delta x = \frac{2n\lambda}{2}$

$n = 0, 1, 2, 3, \dots$

$\Delta x = d \sin \theta = n\lambda$

$y = \frac{n\lambda D}{d}$ "Las ondas se refuerzan"

Interferencia destructiva

Las ondas llegan a un mismo punto con una diferencia de fase de 90° de modo que

las vibraciones se dan en direcciones opuestas.

$$x_2 - x_1 = 2n + 1 \frac{\lambda}{2}$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

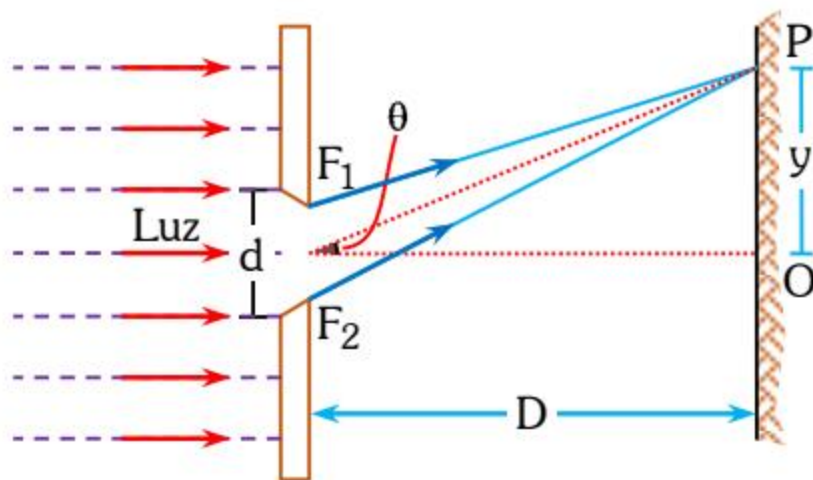
$$\Delta x = d \sin \theta \quad 2n + 1 \frac{\lambda}{2}$$

$$y = \frac{\lambda D}{d}$$

Interfranja: “Las ondas disminuyen sus amplitudes”. En la interferencia destructiva, la amplitud es cero.

Difracción de la luz

“La luz bordea los obstáculos”
Interferencia destructiva



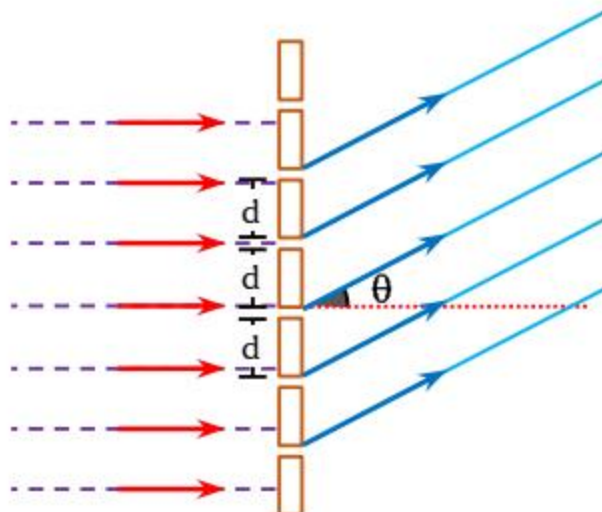
$$d \sin \theta = n \lambda$$

$$n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Red de difracción:

$$a \sin \theta = n \lambda$$

a : Anchura de las aberturas



Capítulo XVIII:

Física Moderna

La física moderna o física cuántica, es la rama de la física que estudia el comportamiento de las partículas teniendo en cuenta su dualidad onda-corpúsculo. Esta dualidad es el principio fundamental de la teoría cuántica.

El físico alemán Max Planck fue quien estableció las bases de esta teoría al postular que la materia sólo puede emitir energía en pequeñas unidades discretas llamadas cuantos.

Mecánica cuántica

La mecánica cuántica amplió el conocimiento de la estructura de la materia, proporcionando una base teórica para la comprensión de la estructura atómica, y resolvió las grandes dificultades que preocupaban a los físicos en los primeros años del siglo XX tales como:

- El espectro de radiación de los cuerpos calientes (Kirchhoff 1860)
- Radiación de los cuerpos negros
- El efecto fotoeléctrico (Hertz 1887)
- La generación de rayos X (Roentgen 1895).
- El efecto Compton

Avances en Física Moderna

El estudio de los fenómenos a escala microscópica mediante la hipótesis de la cuantización de la energía y la dualidad onda partícula fue desarrollado por Schrodinger, Dirac, Werner.

- Gustav Kirchhoff , propone el concepto del cuerpo negro

- Stefan Boltzman propone que la energía de radiación es proporcional a T^4 .
- W. Wien propuso que la distribución de la energía según la frecuencia y la temperatura
- Rayleigh aplica el teorema de la equipartición para explicar los resultados de la distribución de los cuerpos negros
- Planck tomando los trabajos de Wien y Rayleigh hizo una interpolación matemática

A principios del siglo XX, los físicos aún no reconocían claramente que éstas y otras dificultades de la física estaban relacionadas entre sí.

El primer avance que llevó a la solución de aquellas dificultades fue la introducción por parte de Planck del concepto de cuanto, como resultado de los estudios de la radiación del cuerpo negro realizados por los físicos en los últimos años del siglo XIX.

La interpolación matemática de las ecuaciones de Wien y Rayleigh fue una de las contribuciones más importantes a la física.

ECUACION DE PLANCK

$$E = hf$$

h : Constante de Planck

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

f : Frecuencia de oscilación

(Hetz: Hz = s⁻¹)

Observación:

La constante de Planck, es la energía que se debe proporcionar a un fotón para que su frecuencia de vibración aumente en un ciclo, osea en 1 Hz.

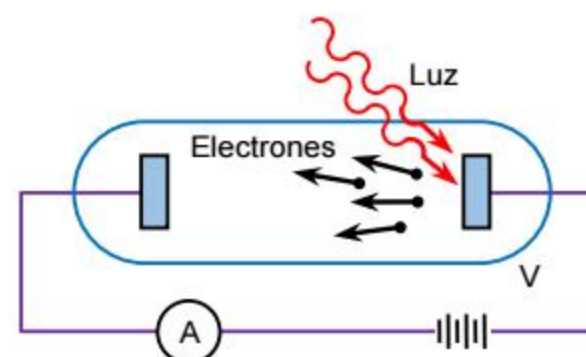
Teoría Corpuscular

Es curioso ver que si bien Planck consideró que el fotón es una partícula, esta tiene frecuencia de vibración, osea una característica de onda. Los fotones por ser parte de la radiación (que puede ser de la luz) se propaga con una rapidez de $C = 3 \times 10^8$ m/s en el vacío.

$$C = \lambda f = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

λ : Longitud de onda de la radiación

Efecto Fotoeléctrico



La iluminación de una superficie metálica con un haz de luz tiene como resultado la extracción de electrones libres desde la superficie.

- La teoría ondulatoria sugiere que se liberarán electrones con una energía cinética mayor, a medida que la luz que incide sobre el metal se hace más intensa, sin embargo los experimentos mostraron que la máxima energía cinética posible de los electrones emitidos sólo depende de la **frecuencia de la luz incidente y no de su intensidad.**
- La teoría ondulatoria sugiere que cualquier radiación será capaz de arrancar fotoelectrones de la superficie metálica si tiene la intensidad suficiente, sin embargo, los experimentos demuestran que sólo la radiación con una **frecuencia mayor a un cierto valor mínimo**

(frecuencia de corte) arranca electrones.

- La teoría ondulatoria sugiere que para arrancar los primeros electrones debe transcurrir un tiempo (llamado tiempo de retardo) en el cual el electrón acumula un mínimo de energía necesaria para poder desprenderse de la superficie, sin embargo, los experimentos demuestran que los electrones son arrancados casi instantáneamente.

Recurriendo a la hipótesis de Planck, Einstein consideró la luz como un conjunto de "proyectiles", que cuando chocan contra un electrón libre del metal le entregan su energía, y si tienen la cantidad suficiente, el electrón es expulsado del metal, en caso contrario (por debajo de una determinada **frecuencia de corte**), no logran arrancar electrones.

$$E_{\text{foton}} = \phi + E_K$$

Enunciado de Einstein

"La luz no se manifiesta en forma continua ni como corpúsculo, ni como onda, sino en pequeñas cantidades discretas (discontinuas) denominadas cuantos de luz".

De acuerdo a la Teoría de Einstein, para el fotón y su modelo corpuscular tenemos:

$$E_{\text{foton}} = mC^2$$

Un fotón en movimiento tiene asociada una masa que es:

$$m = \frac{E_{\text{foton}}}{C^2} = \frac{hf}{C^2}$$

Y su cantidad de movimiento será:

$$P_{\text{foton}} = mC = \frac{hf}{C} \cdot C$$

$$\text{Finalmente: } P_{\text{foton}} = \frac{hf}{C}$$

- λ : Longitud de onda de la luz incidente
- f : Frec. de la onda de luz incidente
- h : Constante de Planck

$$\text{También: } E_{\text{foton}} = \phi_0 = hf_0$$

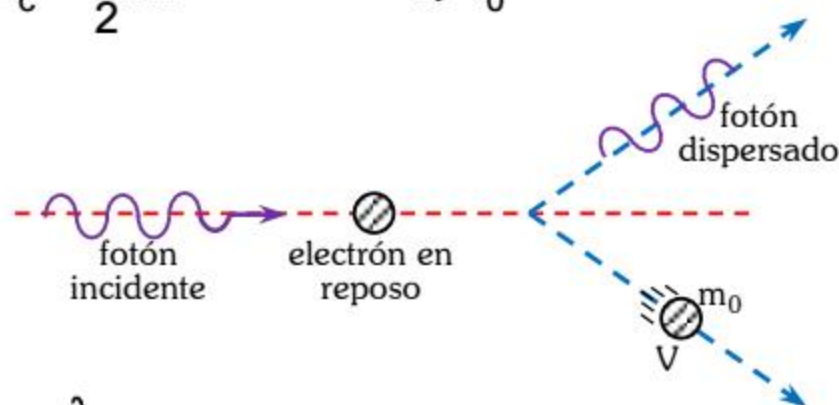
E_{foton} : Es la energía necesaria para extraer el electrón, también llamada función trabajo ϕ_0 .
 f_0 : Frecuencia umbral

Ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico

$$E_{\text{foton}} = \phi_0 + E_c \quad f < f_0$$

Si no se extrae es:

$$E_c = \frac{1}{2}mV^2 \quad f > f_0$$



$$P = \frac{h}{\lambda}$$

$$E_0 = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow P_0 = \frac{h}{\lambda_0}$$

En general:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0C} (1 - \cos \theta)$$

$\Delta\lambda$: Corrimiento de Compton

Se puede medir la energía cinética máxima invirtiendo la polaridad de la fuente y dándole un valor suficiente (llamado potencial de



de frenado V_0), de manera que frene a los electrones más energéticos. En este caso la energía cinética será igual al trabajo hecho contra el campo eléctrico.

$$W_T = -eV_0 = \Delta E_c = 0 - E_{c_{\max}} = \frac{mV_{\max}^2}{2}$$

$$V_0 = \frac{h\nu - \nu_0}{e} = \frac{hc}{e} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

$$\frac{hc}{e} = 12400 \times 10^{-10}$$

$$V_0 = 12400 \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)$$

Resumen:

- La frecuencia umbral depende del tipo de metal usado.
- Para determinado material la energía cinética de los electrones emitidos es independiente de la intensidad y depende sólo de la frecuencia de la luz.
- La emisión de electrones es casi instantánea.
- El número de fotoelectrones emitidos es proporcional a la intensidad de la luz incidente.
- El potencial de frenado varía linealmente con la frecuencia.
- Los electrones absorben la energía de un fotón por completo o simplemente no absorben nada.
- Recordamos que:

$$eV = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} \quad m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Principio de Incertidumbre de Heisemberg

$$1) \Delta x \Delta V_x \geq \frac{h}{2m}$$

$$2) \ell = \frac{h}{2\pi}$$

$$\ell = 1,05 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \quad (\text{Constante de Dirac})$$

Δx : Es la indeterminación con que se mide la posición de la partícula.

ΔV_x : Es indeterminación con que se mide la velocidad de V_x en la dirección de X.

m : Masa de la partícula

Observación:

El signo \geq indica que el producto de estas indeterminaciones no puede ser menor que la magnitud del segundo miembro de la relación $\frac{h}{2m}$.

Teoría Onda – Partícula

$$\frac{hC}{\lambda} = mC^2$$

ó

$$\lambda = \frac{h}{mC}$$

Ecuación de Onda de Louis De Broglie

$$m = \frac{h}{v\lambda}$$

ó

$$\lambda = \frac{h}{mV}$$

En conclusión:

“Toda onda tiene características de partícula y toda partícula tiene características de onda”.

Radiación del Cuerpo Negro

Un objeto ideal que absorbe toda la radiación que llega a su superficie se llama “cuerpo negro”. Un cuerpo negro es también un emisor perfecto de radiación y emite la máxima cantidad de energía a cualquier temperatura.

Ley de Stefan Boltzmann

“El poder emisor integral de un cuerpo negro, es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta”.

$$E = \sigma T^4$$

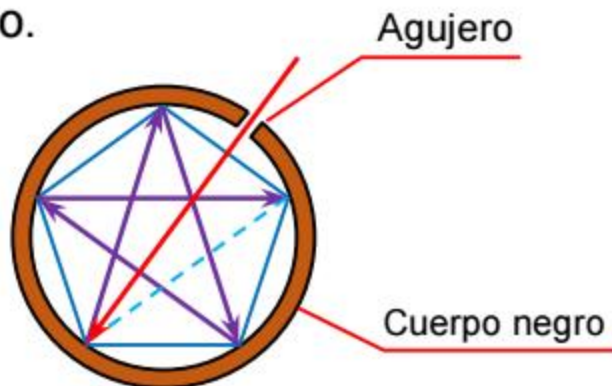
$$\sigma = 5,71 \times 10^{-2} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

Si no se trata de un cuerpo negro:

$$E = A\sigma T^4; \text{ Donde: } A = \frac{R_a}{R_t}$$

R_a : Energía total absorbida por el cuerpo en la unidad de tiempo.

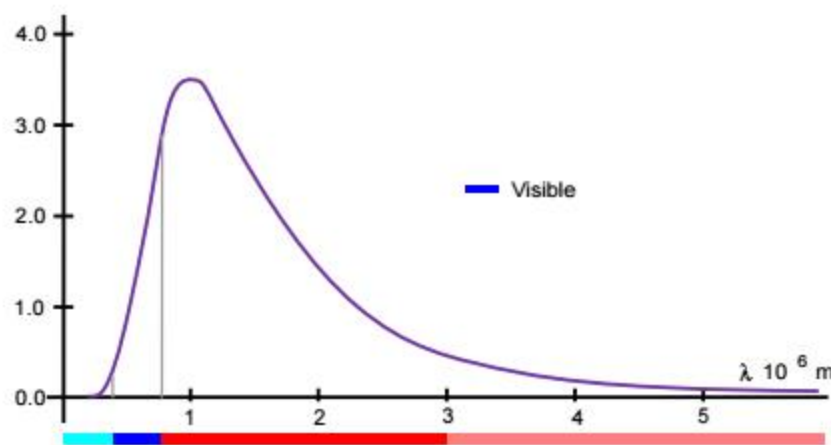
R_t : Energía total recibida en la unidad de tiempo.



Ley de Wein

La longitud de onda para la cual la intensidad es máxima sufre un corrimiento al violeta cuando la temperatura aumenta. En un cuerpo negro hay una relación inversa entre la longitud de onda en la que se produce el pico de emisión y su temperatura.

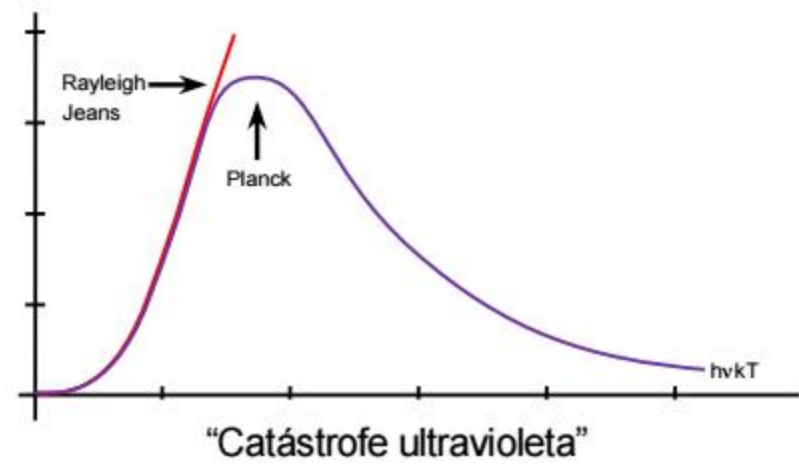
$$\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{mK}$$



Ley de Lord Rayleigh

Lord Rayleigh presentó un cálculo clásico para la energía radiada. Predecía que un cuerpo negro debería emitir una energía infinita.

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi c K_B T}{\lambda^4}$$



Ley de Max Planck

Max Planck diseñó una fórmula para que describiera las curvas reales obtenidas experimentales.

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi h C^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)}$$

La energía irradiada por unidad de área, por unidad de tiempo y por intervalo de longitud de onda, emitida por un cuerpo negro, se llama radiancia (R).

Planck diseñó una fórmula matemática que describiera las curvas reales con exactitud; después dedujo una hipótesis física que pudiera explicar la fórmula:

$$I(\lambda) = \frac{2\pi h C^2}{\lambda^5 \left(e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)}$$

Hipótesis de Planck

- Los átomos se comportan como osciladores que vibran con una determinada frecuencia.
- La energía que emiten estos osciladores no es continua sino más bien discreta (cuantizada)
- La energía sólo se puede intercambiar en forma de "cuantos".

- La energía de un "cuanto" es igual a $E = nh\nu$ donde $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ (constante de Planck).

Transformaciones de Lorentz y Fitzgerald

Son un conjunto de relaciones que dan cuenta de cómo se relacionan las medidas de una magnitud física obtenidas por dos observadores diferentes. Estas relaciones establecieron la base matemática de la teoría de la relatividad especial de Einstein, ya que las transformaciones de Lorentz precisan el tipo de geometría del espacio-tiempo requeridas por la teoría de Einstein. Matemáticamente el conjunto de todas las transformaciones de Lorentz forman el grupo de Lorentz.

Observa:

Contracción de Lorentz y Fitzgerald

$$X = \frac{X' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \quad \text{y} \quad X' = \frac{X + Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

$$t = \frac{t' + \frac{V}{C^2}X}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \quad \text{y} \quad t' = \frac{t - \frac{V}{C^2}X}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

Estas transformaciones permiten evaluar la variación en el intervalo de tiempo en que ocurre un hecho cuando es visto por dos observadores distintos: Uno en movimiento y el otro inmóvil en relación al fenómeno.

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}$$

- L : Longitud en movimiento
- L_0 : Longitud en reposo

$$m = m_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}$$

- m : Masa en movimiento
- m_0 : Masa en reposo

Estas transformaciones relacionan las medidas de una magnitud física realizadas por dos observadores inerciales diferentes, siendo el equivalente relativista de la transformación de Galileo utilizada en física hasta aquel entonces.

Permiten preservar el valor de la velocidad de la luz constante para todos los observadores inerciales.

La teoría de la relatividad especial

Fue publicada por Albert Einstein en 1905 y describe la física del movimiento en el marco de un espacio-tiempo plano. Esta teoría describe correctamente el movimiento de los cuerpos incluso a grandes velocidades y sus interacciones electromagnéticas, se usa básicamente para estudiar sistemas de referencia inerciales.

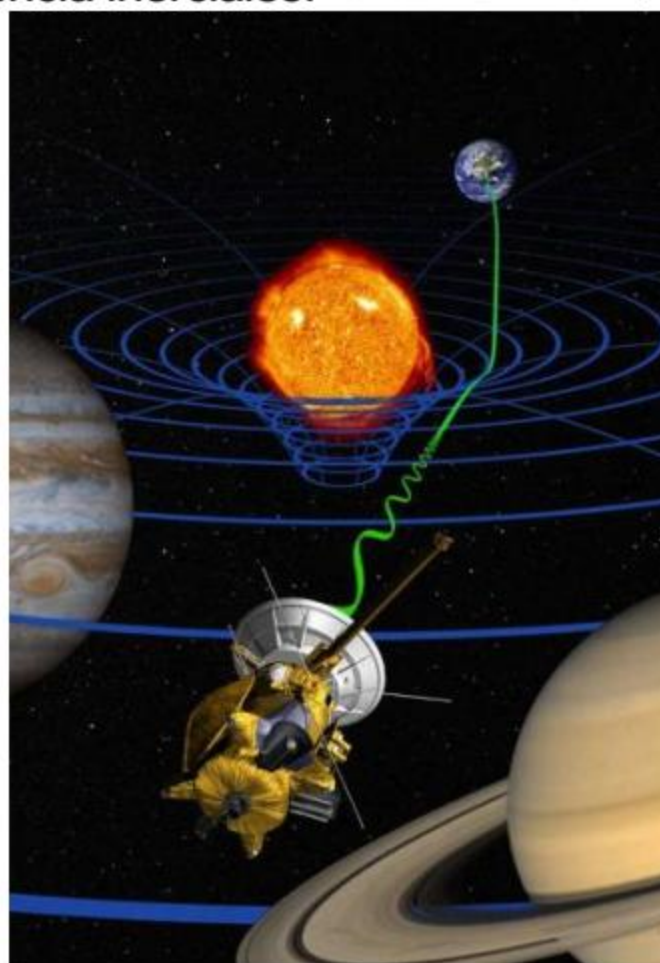


Ilustración sobre la Teoría de la Relatividad



Informes e Inscripciones:

Plaza San Francisco N° 138

Telf.: 247458 y 224961

Cusco